UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

UNIDAD DE ENSEÑANZA POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE FORMULACIÓN Y SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES CON BASE EN SITUACIONES PROBLEMA PARA GRADO NOVENO: Estudio de Caso en la Institución Educativa Mariscal Robledo de la Ciudad de Medellín.

Oswaldo Efraín Nieto López

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2013

UNIDAD DE ENSEÑANZA POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE FORMULACIÓN Y SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES CON BASE EN SITUACIONES PROBLEMA PARA GRADO NOVENO: Estudio de Caso en la Institución Educativa Mariscal Robledo de la Ciudad de Medellín.

Oswaldo Efraín Nieto López

Trabajo Final presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

MSc.Fernando Puerta Ortiz

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2013

Dedicatoria

A mi Señora Nancy María y a mis hijos:
María Julia y Miguel Oswaldo.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional de Colombia,

Por permitirme seguir creciendo como Maestro.

A la Institución Educativa Mariscal Robledo,

Por permitirme seguir aprendiendo y aplicando lo aprendido.

A Fernando Puerta Ortiz,

Docente de la Universidad Nacional de Colombia,

Por sus valiosas enseñanzas y su excelente dirección en este trabajo de grado.

Resumen

Se propone el diseño y la ejecución de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa (UEPS) sobre formulación y solución de ecuaciones lineales, con base en situaciones problema que las incluyan. La propuesta será validada con los estudiantes del grado 9º de la Institución Educativa Mariscal Robledo, ubicada en la comuna 7 de la ciudad de Medellín. Ella se fundamenta teóricamente en los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional y desde los planteamientos que hacen Marco Antonio Moreira, David Ausubel y otros autores importantes. Igualmente, se tendrá en cuenta el contexto socio cultural de la Institución y las características, intereses y necesidades de los alumnos.

Palabras clave: unidad de enseñanza, aprendizaje significativo, situaciones problema, ecuaciones lineales, variables, expresiones algebraicas, generalización y simbolización.

Abstract

It is proposed the design and implementation of a potentially meaningful teaching unit about formulation and development of linear equations based on problem situations that include them. The purpose will be validated with the 9th grade students of the Institución Educativa Mariscal Robledo, located in the Comuna 7, of Medellin city. Its theories are based on the Ministry of National Education guidelines and from the purposes that make us Marco Antonio Moreira, David Ausubel and others important authors. In the same way, it will be taken into account the socio-cultural context of the Institution and the characteristics, interests and needs of the students.

Keywords: teaching unit, meaningful learning, problem situations, linear equations, variables, algebraic expressions, generalization and symbolization.

Contenido

Lista de figuras

Lista de tablas

1. Aspectos Preliminares

1.1 Introducción

La Institución Educativa Mariscal Robledo está ubicada en el barrio Robledo, en la comuna 7, al noroccidente de la ciudad de Medellín. Sus alumnos proceden de los estratos 1, 2 y 3 y la mayoría de sus familias han sido afectadas por el fenómeno de la violencia que ha padecido y sigue padeciendo la ciudad de Medellín en particular; presentan serias dificultades sociales, económicas y afectivas. Es importante destacar además, que nuestra institución se encuentra inmersa en un entorno en el que hacen presencia un buen número de instituciones culturales y de educación superior, que de alguna manera imprimen a la comunidad una importante dinámica cultural y un marcado ambiente académico. De ahí que nuestra misión institucional resalte, entre otras, la necesidad de una formación integral de nuestros alumnos; ello implica la implementación de procesos de enseñanza y aprendizajes en concordancia con sus necesidades e intereses y los de su comunidad.

Esta Trabajo Final aborda el problema que presentan los alumnos del grado 9º, de la Institución Educativa Mariscal Robledo de la ciudad de Medellín, para resolver situaciones problema de la vida cotidiana, de las matemáticas mismas y de otros ámbitos, que impliquen la formulación y la solución de ecuaciones lineales. Frente a él se hace una propuesta de intervención didáctica en el aula de clase, a través del diseño e implementación de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa (UEPS) sobre el tema mencionado y bajo los lineamientos que al respecto nos plantean Marco Antonio Moreira, David Ausubel y otros autores importantes.

En el desarrollo del trabajo se realiza un estudio serio y profundo del problema en mención, que ha permitido su plena y clara identificación y formulación, dando cuenta de sus antecedentes, de sus referentes teóricos y disciplinares, al igual que la identificación de sus posibles causas. En consecuencia, también se plantea el diseño y la implementación de una propuesta pedagógica, de carácter didáctico, para la superación de la dificultad, y que al mismo tiempo se constituya en modelo para la búsqueda de solución a otros problemas semejantes. Igualmente, se realiza el diseño metodológico y el cronograma correspondiente para tener presente en el momento de la ejecución de la propuesta.

1.2 Planteamiento del Problema

Un gran número de los alumnos del grado 9º, de la Institución Educativa Mariscal Robledo de la ciudad de Medellín, presentan serias dificultades en la solución de situaciones problema que implican la formulación y solución de ecuaciones lineales, tanto de la vida cotidiana como de las matemáticas mismas y de otros campos de aplicación.

No se trata solo de la dificultad en la conceptualización y aplicación de procedimientos y vías de solución de este tipo de ecuaciones. La dificultad también radica en la formulación de las mismas a partir del enunciado de un problema. En un alto número de los alumnos es generalizada la desarticulación y desconexión que hacen entre las ecuaciones estudiadas en matemáticas y las que se utilizan en otros ámbitos como el de las ciencias naturales, la economía, etc. Para la mayoría de ellos, por ejemplo, las ecuaciones empleadas para la solución de situaciones relacionadas con el movimiento de los cuerpos, no tienen nada que ver con las ecuaciones lineales estudiadas en el área de las matemáticas. Además, la dificultad con la formulación de las ecuaciones a partir del enunciado de un problema está directamente relacionada con la falta de comprensión del concepto de variable, con el uso mecánico y no significativo del simbolismo algebraico, y también está asociada al bajo nivel de generalización que han alcanzado a desarrollar.

Ahora, es innegable que estas dificultades de nuestros alumnos son consecuencia en gran medida, del modelo educativo tradicionalista que aún implementamos un buen número de los docentes de la institución y en particular los del área de matemáticas; un modelo para el cual los alumnos son objetos pasivos de un proceso educativo vertical y autoritario, que tiene como propósito la transmisión depositaria y bancaria de una información descontextualizada, que debe ser memorizada y repetida por los alumnos.

Lo anterior, y seguramente que otros aspectos de mucha importancia, han contribuido a una creciente apatía y desinterés de los alumnos frente al área de matemáticas y a un precario proceso de aprendizaje de sus conceptos, procedimientos y aplicaciones. Situación que se refleja y se observa en el bajo rendimiento académico de los alumnos y en los pobres resultados que ellos obtienen en las pruebas censales, de competencias y de conocimientos.

¿Cómo intervenir esta situación y qué alternativa implementar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que permita superar esta gran dificultad?

1.3 Justificación

Indudablemente que uno de los temas de estudio, fundamental y primordial en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de las matemáticas, es el de las ecuaciones lineales, pues ellas constituyen una poderosa herramienta, de gran utilidad en el trabajo y estudio de los sistemas algebraicos, que a su vez abarca uno de los grandes campos de las matemáticas.

Adquirir habilidad para formular y resolver ecuaciones lineales resulta de suma importancia, por cuanto ello facilita la solución a múltiples problemas que se presentan, no solo en las aplicaciones propias de las matemáticas sino en la vida cotidiana y en áreas del conocimiento como las ciencias naturales, las ciencias sociales y muchas otras. No podemos olvidar que hacer matemáticas es en buena medida ocuparse de resolver problemas y la solución a un buen número de ellos, implica necesariamente la formulación y la solución de ecuaciones lineales.

Adicionalmente, el trabajo con problemas que implique la formulación y solución de ecuaciones lineales, al igual que con los demás temas de las matemáticas, deberá posibilitar el desarrollo del pensamiento lógico matemático de los alumnos y de sus competencias; pero formular y resolver problemas deberá ir de la mano, en estrecha y directa relación, con la implementación de otros procesos generales tales como: modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Esta implementación deberá hacerse de manera activa, constructiva, dinámica y creativa, en el propósito de que los alumnos realicen aprendizajes verdaderamente significativos.

La meta es ir superando dificultades serias que se nos presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas en la Institución Educativa Mariscal Robledo. Se trata de ir caminando y avanzando en la construcción e implementación de estrategias que nos permitan acercarnos cada vez más a los propósitos, a las recomendaciones y a las orientaciones, que sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se nos plantean desde los lineamientos curriculares y desde los estándares básicos de competencias en matemáticas, por parte del Ministerio de Educación Nacional (MEN). Además, se trata también de ir precisando y decantando, en la práctica, un modelo pedagógico propio para la institución, fundamentado en el activismo, el constructivismo y concretamente, en los principios y propuestas que sobre la teoría del aprendizaje significativo nos plantea David Ausubel, en las teorías sobre educación de Joseph D. Novak y de D. B. Gowin, en la teoría interaccionista social de Lev Vygotsky, en la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud, en la teoría de los modelos mentales de Philip Johnson-Laird y en la teoría del aprendizaje significativo crítico de Marco Antonio Moreira.

1.4 Propuesta y Objetivos

1.4.1 Propuesta

En consecuencia, frente al problema identificado y formulado anteriormente, me propongo realizar una intervención didáctica en el aula de clase, con base en los planteamientos que Marco Antonio Moreira nos hace en su trabajo sobre las Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas (UEPS), entendidas como "…secuencias de enseñanza fundamentadas teóricamente, orientadas al aprendizaje significativo, no mecánico, que pueden estimular la investigación aplicada en enseñanza, es decir la investigación dedicada directamente a la práctica de la enseñanza en el día a día de las clases". (Marco Antonio Moreira - http://moreira.if.ufrgs.br).

Esta propuesta de Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que pretendo diseñar e implementar se fundamenta en la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel, en las teorías sobre educación de Joseph D. Novak y de D. B. Gowin, en la teoría interaccionista social de Lev Vygotsky, en la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud, en la teoría de los modelos mentales de Philip Johnson-Laird y en la teoría del aprendizaje significativo crítico de Marco Antonio Moreira.

La construcción e implementación de esta Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa (UEPS) parte necesariamente de unos principios y de una filosofía orientadora, planteada claramente por Marco Antonio Moreira en su trabajo: "…sólo hay enseñanza cuando hay aprendizaje y éste debe ser significativo; enseñanza es el medio, aprendizaje significativo es el fin; materiales de enseñanza que tengan como objetivo alcanzar ese aprendizaje deben ser potencialmente significativos".
(http://moreira.if.ufrgs.br).

1.4.2 Objetivos

Con este Trabajo Final de Maestría pretendo alcanzar los siguientes objetivos.

1.4.2.1 Objetivo General

Diseñar e implementar una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa sobre la formulación y solución de ecuaciones lineales, que posibilite en nuestros alumnos del grado 9º, aprendizajes significativos en la solución de situaciones-problema relativas a estas ecuaciones, y que se constituya en referente didáctico para el proceso de enseñanza y aprendizaje del área de matemáticas en la Institución Educativa Mariscal Robledo de la ciudad de Medellín.

1.4.2.2 Objetivos Específicos

- ✓ Incorporar significativamente la simbología algebraica para alcanzar mayores niveles de generalización en los alumnos del grado 9º.

- ✓ Propiciar en los alumnos del grado 9º la asimilación significativa de los conceptos de ecuación lineal y su solución y de los diferentes procedimientos de resolución de las mismas.
- ✓ Formular problemas y sus ecuaciones e interpretar sus soluciones, a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
- ✓ Contribuir a la reflexión frente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, entre los docentes del área de la Institución Educativa Mariscal Robledo, que conduzca a la implementación de nuevas estrategias didácticas.

1.5 Metodología

La metodología que se implementará para el desarrollo de este Trabajo Final de Maestría se ha discriminado en cuatro fases, cada una de las cuales contemplará varias actividades que apuntan al alcance del objetivo propuesto. El tiempo estipulado para el desarrollo de estas actividades es de 16 semanas que corresponde a la duración del Primer Período Académico de la Institución.

Tabla 1-1: **Metodología**

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	Recopilar información actual y pertinente para caracterizar estrategias metodológicas para la enseñanza aprendizaje en la formulación y solución de ecuaciones lineales con base en situaciones problema.	1.1. Revisión bibliográfica de las teorías del aprendizaje significativo y sus implicaciones en el área de Matemáticas. 1.2. Revisión bibliográfica acerca de las propuestas didácticas para la enseñanza aprendizaje de las ecuaciones lineales y sus aplicaciones. 1.3. Revisión bibliográfica respecto a las Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas y su implementación en el aula de clase.

Fase 2: Diseño.	Diseñar una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa (UEPS) sobre formulación y solución de ecuaciones lineales con base en situaciones problema para grado noveno.	2.1 Diseño de actividades para diagnosticar los saberes previos de los alumnos de noveno. 2.2 Diseño de actividades potencialmente significativas para resolver colaborativamente en la implementación de la UEPS. 2.3 Diseño de instrumentos de evaluación formativa y sumativa a implementar en el desarrollo de la UEPS.
Fase 3: Implementación	Implementar la Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa diseñada por medio de un estudio de caso en la Institución Educativa Mariscal Robledo de la Ciudad de Medellín.	3.1 Implementación de la Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa diseñada, a través de las sesiones de clase, mediante un estudio de caso en la Institución Educativa Mariscal Robledo.
Fase 4: Análisis y Evaluación	Evaluar y analizar la Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa, diseñada e implementada, mediante el desempeño y la motivación obtenida por los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Mariscal Robledo de la Ciudad de Medellín.	4.1 Evaluación del aprendizaje significativo alcanzado por los alumnos del grado noveno, durante la implementación de la UEPS desde el aspecto curricular. 4.2 Evaluación y análisis de la pertinencia y validez de la UEPS, diseñada e implementada y que constituye el eje central de este Trabajo Final de Maestría.

1.6 Cronograma

La tabla siguiente presenta la planeación para este Trabajo Final de Maestría, la cual tendrá una duración aproximada de 16 semanas.

Tabla 1-2: **Cronograma**

Actividades	**Semanas**															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1																
Actividad 1.2																
Actividad 1.3																
Actividad 2.1																
Actividad 2.2																
Actividad 2.3																
Actividad 3.1																
Actividad 4.1																
Actividad 4.2																

2. Marco Teórico

Se plantea en este capítulo una síntesis de los antecedentes más importantes encontrados sobre el tema de trabajo, de los aportes teóricos de los diferentes autores relacionados con la propuesta didáctica y mi posición sobre la situación de la enseñanza y aprendizaje del tema de trabajo.

2.1 Antecedentes

A continuación reseño los trabajos más destacados que he revisado y que se relacionan directamente con mi tema y propuesta de trabajo. Son obras muy interesantes y valiosas, de las cuales hago uso y me aprovecho, en el mejor de los sentidos, para mi Trabajo Final.

En la Investigación "Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por transferencia" (Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias Vol. 6, Nº3, 2007), sus autores: Vicente Sanjosé, Tomás Valenzuela, Mª Carmen Fortes y Joan Josep Solaz-Portolés, nos plantean que la enseñanza de resolución de problemas en ciencias y matemáticas se realiza en general mediante estrategias de transferencia (transfer): se resuelve y explica un conjunto de problemas y después se pide a los estudiantes que resuelvan otros problemas análogos a los ejemplos trabajados. Los profesores de la básica secundaria con frecuencia asumen que las relaciones analógicas entre los problemas resueltos y los problemas propuestos son sencillas de comprender y establecer, y atribuyen el fracaso a la falta de dominio de los procedimientos matemáticos de resolución. En esta investigación se lleva a cabo una experiencia que permite corroborar si esta atribución causal es real o no. Los resultados obtenidos en ella han demostrado que la causa fundamental de las dificultades de los alumnos se debe o tiene su origen en la construcción de un Modelo de la Situación y/o de un Modelo del Problema, adecuados.

Lo que esta investigación ha permitido establecer es que los alumnos presentan serias dificultades, variados tropiezos, con la comprensión de problemas con enunciados que implican ecuaciones, aunque demuestren manejar con propiedad los procedimientos para la solución de las ecuaciones. Si se constata que esta situación es generalizada, se deberá enfatizar en un trabajo didáctico específico bien en la comprensión de las interrelaciones existentes entre los elementos presentes en las situaciones descritas (comprensión de los roles que cada entidad juega; su relación con los demás elementos para determinar ligaduras y mutuas determinaciones) para facilitar la construcción del Modelo de la Situación, bien en las técnicas de traducción entre dos lenguajes: el natural y el matemático (algebraico en nuestro caso) para facilitar la construcción del Modelo del Problema a partir del Modelo de la Situación. Estos planteamientos están siendo actualmente contrastados con el propósito de articular un procedimiento didáctico que facilite a los alumnos el aprendizaje de la resolución de problemas con enunciado en ciencias y matemáticas.

En el trabajo de Fermina Mercedes González Pérez, "Resolución de problemas que conducen al planteamiento de ecuaciones lineales" (eugeniogp@eiefd.co.cu), la autora nos plantea la necesidad de precisar el papel de las matemáticas para lograr el vínculo con la vida y su responsabilidad en el desarrollo del pensamiento y razonamiento lógico de los alumnos como base y parte esencial de la formación integral de su personalidad. Se entiende así el papel especial que han desempeñado los problemas en la clase de matemáticas ya que se comprende la resolución de problemas como una de las actividades básicas del pensamiento. Pero no hay un trabajo sistemático que permita la consolidación de los conocimientos y del dominio de acciones básicas en la ejecución de procedimientos para la resolución de problemas. Este hecho provoca como cuestionamiento actual: ¿Qué estrategias se deben implementar que permitan el desarrollo de competencia y habilidades en los alumnos para la resolución de problemas matemáticos? En este sentido, la autora nos propone la implementación de actividades en función de los estudiantes que favorezcan el desarrollo de estas habilidades como objetivo fundamental y que deberá aparecer en el programa de la asignatura, de la enseñanza media. Para ello se tendrá presente, antes que nada, que el buen desarrollo de habilidades en la resolución de problemas que conducen al planteamiento de ecuaciones lineales se sustenta desde diferentes concepciones psico-pedagógicas y filosóficas en su origen y evolución, lo que permite proyectar los modos de expresión y de actuación de los individuos acorde con las nuevas exigencias en el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje y además de la comprensión y solución de disímiles situaciones de la vida. También es importante que se tenga en cuenta que el desarrollo de las competencias y habilidades en la resolución de problemas que conducen al planteamiento de ecuaciones lineales, en gran parte de los estudiantes no es suficiente, pues buena parte de los errores en la resolución de problemas lo constituye la dificultad en la comprensión lectora e interpretación de las situaciones que se le plantean. Aquí muchos docentes cometemos errores, pues con mucha frecuencia recurrimos al asistencialismo y al paternalismo, bajo el supuesto de "facilitarle" el proceso al estudiante, hacemos casi que su trabajo y le negamos la posibilidad de hacer los esfuerzos que él debe realizar para potenciar y garantizar sus aprendizajes.

En la búsqueda de solución al problema planteado se determinó la aplicación de una propuesta consistente en una estrategia de actividades que posibilitó el desarrollo de sus competencias y habilidades en la solución de problemas que implicó el planteamiento de ecuaciones lineales, sobre la base de tener presente: los niveles de desempeño cognitivo de los estudiantes, sus características psicológicas y pedagógicas y el estudio acucioso de los materiales y documentos normativos relativos al proceso; todo lo cual permitió la aplicación gradual y pertinente de cada una de las actividades previstas. Esta propuesta la constituyó un total de 36 actividades, las cuales fueron dosificadas con anticipación y previamente avaladas teóricamente por criterios de especialistas, lo que permitió obtener una aceptación de opiniones cualificadas e informadas. Como segundo paso se realizó la validación práctica posibilitando que el estudiante mostrara sus habilidades en cada una de ellas, obteniéndose resultados satisfactorios con respecto a la situación inicial en la que se encontraban los alumnos.

Francisco Rivero Mendoza en su obra "Un modelo pedagógico para la enseñanza de los números enteros y la resolución de ecuaciones algebraicas de primer grado" (Acción Pedagógica. Universidad de Los Andes, Táchira Venezuela vol.6, 1987) nos señala una serie de dificultades que enfrentan los estudiantes en la resolución de ecuaciones de primer grado con los números enteros. Nos muestra de manera innegable, que la utilización mecánica y ausente de significación que se hace de los símbolos y de muchas reglas y procedimientos, afecta notablemente y de manera negativa, el proceso de enseñanza y aprendizaje tradicional, que entre otras cosas enfatiza en gran medida en aquellos aspectos relativos a la ejecución de reglas entre símbolos, sin justificación ni explicación alguna. Presenta cómo ese proceso educativo tradicional tiene la tendencia a que los alumnos mecanicen y rutinicen procedimientos, que les permitan lograr supuestamente, competencias y habilidades en la resolución de ecuaciones; procedimientos y rutinas estas, que se olvidan fácilmente al avanzar en sus estudios.

Propone en consecuencia la inclusión dentro del aula de clases del modelo MOFIP, consistente en la representación de las ecuaciones en un tablero, en el cual se aplican ciertos principios y reglas que posibilitan comprensivamente, resolver dichas ecuaciones. Este modelo posibilita dotar de significado a los símbolos, facilitando los procesos de desarrollo del aprendizaje del álgebra en general, y de la resolución de ecuaciones de primer grado en particular. Se sugiere no asumir este modelo como una simple actividad para apoyar el proceso educativo, sino que se incluya en el currículo del área como una estrategia valiosa e importante a implementar en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Pero lo anteriormente planteado, requiere importantes y significativos cambios en la instrucción tradicional implementadas en las instituciones educativas; con seguridad que se presentarán grandes dificultades y problemas si el docente no aborda el nuevo método con los requerimientos indicados.

Es importante reconocer que, si bien es cierto que el modelo ha sido aceptado en buena medida por varios docentes que han asistido a las charlas y talleres organizados por el autor, se hace indispensable realizar una investigación sobre el uso de este modelo en el aula, para tener una evidencia científica sobre sus bondades y potencialidades. En varias pruebas experimentales realizadas con niños en forma individual, y trabajando problemas planteados con palabras, se observaron buenos resultados. Estos niños fueron capaces de plantear las ecuaciones y resolverlas en el tablero en corto tiempo.

En el texto “Razonamiento Algebraico y Su Didáctica Para Maestros” (http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/), sus autores Juan D. Godino y Vicenç Font, entre muchos aspectos, nos plantean que el tipo de experiencias que tienen los niños con la aritmética es importante para la comprensión progresiva del álgebra, ya que las primeras experiencias con el razonamiento algebraico se corresponden con la "aritmética generalizada". El concepto matemático que hace posible esa generalización es el de variable. El uso de variables es un indicador clave de que la actividad matemática pasa de ser aritmética a algebraica. La enseñanza de la aritmética queda incompleta y deficiente si no se le imprime una orientación hacia la generalización. Adicionalmente, los autores plantean que las dificultades que tienen los alumnos en el uso de las variables en el contexto de la resolución de las ecuaciones provienen de las interpretaciones que hacen de la igualdad. La característica fundamental de una variable difiere de la orientación que se desarrolla con las experiencias iniciales en la resolución de ecuaciones. Diversos estudios muestran que las interpretaciones que hacen los niños del signo igual (=) y de las ecuaciones pueden diferir de las que pretendemos en la enseñanza. En consecuencia, los autores plantean en su obra unas variadas y valiosas orientaciones de carácter disciplinar y didáctico en aras de la superación de las dificultades y de lograr aprendizajes con significado del tema en cuestión, mediante la aplicación de actividades bien diseñadas que posibiliten la construcción de conceptos y la generalización y la simbolización necesarias.

2.2 Referente de Aprendizaje

Mi propuesta de intervención en el aula mediante el diseño e implementación de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa – UEPS - es el inicio de un proceso de reorientación pedagógica institucional que pretende la superación progresiva de las dificultades de los alumnos en el área de las matemáticas, ya mencionadas con anterioridad. El tema que se abordará en la UEPS es la formulación y la solución de ecuaciones lineales con base en situaciones problema que las impliquen. Se propondrá una primera actividad bien diseñada que permita a los alumnos exteriorizar su conocimiento previo relevante para el aprendizaje significativo de este tema. Luego se proponen situaciones problema que permitan una introducción del tema de aprendizaje, acordes a los conocimientos previos de los alumnos o, en ausencia de subsumidores, que sirvan como organizadores previos, y que serán los que le darán sentido al nuevo conocimiento. Pero para esto, los alumnos deben concebirlas como problemas y tener la capacidad de modelarlas mentalmente. Esta modelación mental de los alumnos será funcional para ellos y resultará de sus conceptos previos y percepciones.

Una vez trabajadas las situaciones iniciales, se presenta el nuevo conocimiento a ser aprendido, teniendo en cuenta la diferenciación progresiva, es decir, empezando con aspectos más generales, inclusivos, dando una visión inicial del todo, de lo más importante en la unidad de enseñanza, para luego colocar ejemplos, abordando aspectos específicos. Los materiales y las estrategias de enseñanza deben ser diversificados, se debe privilegiar el cuestionamiento y estimular el diálogo y la crítica. También es importante ubicar como tarea de aprendizaje a lo largo del desarrollo de la UEPS, que los alumnos propongan situaciones problema relacionadas con el tema de trabajo. Igualmente, es importante combinar las actividades colaborativas con las individuales, privilegiando las primeras, seguidas de una actividad de presentación o discusión en el grupo grande.

A continuación se destacan los aspectos que se pretenden enseñar, que deben ser los más generales y estructurales del tema de la UEPS, promoviendo la reconciliación integradora, es decir, que los alumnos relacionen ideas y conceptos, estableciendo semejanzas y diferencias, que les permitan su reorganización y la adquisición de nuevos significados. Esta nueva presentación debe hacerse con un nivel de complejidad más alto que el abordaje hecho con anterioridad, a través de nuevos ejemplos en los que se destaquen semejanzas y diferencias con relación a los ejemplos y situaciones ya trabajados. Posterior a esta presentación, deberá proponerse una actividad colaborativa que posibilite la interacción social, el intercambio y la unificación de significados y resultados entre los alumnos, con la mediación del docente. En este sentido, se sugiere la construcción de un mapa conceptual o de un diagrama V, pues entre las diferentes estrategias, son las que garantizan la negociación de significados y la mediación docente.

Posteriormente habrá que hacer una tercera presentación del tema de aprendizaje y sus significados, mediante una breve exposición oral, una lectura de un texto, una presentación audiovisual, etc. Lo importante aquí es establecer unas conclusiones, dándole continuidad al proceso de diferenciación progresiva, retomando las características más relevantes del tema en cuestión, pero desde una perspectiva integradora, es decir, buscando la reconciliación integradora y la consolidación de conceptos. En este punto del desarrollo de la UEPS, se deberán proponer y trabajar nuevas situaciones problema, de un nivel de complejidad más alto que en las situaciones anteriores, de una manera colaborativa para después ser presentadas y discutidas en el grupo grande y con la mediación del docente.

La evaluación del aprendizaje y del desempeño de los alumnos se realizará con base en las evidencias de aprendizaje significativo que el docente debe registrar a lo largo del desarrollo de la UEPS (evaluación formativa) y en el resultado de una evaluación sumativa que todos los alumnos presentarán al final del paso anterior.

Como se ha podido apreciar, mi propuesta de UEPS se fundamenta en la Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel. Éste debe entenderse como el proceso según el cual un nuevo conocimiento interactúa con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva (no literal). Esa interacción con la estructura cognitiva se produce con aspectos relevantes presentes en la misma, que reciben el nombre de subsumidores o ideas de anclaje. La presencia de ideas, conceptos o proposiciones inclusivas, claras y disponibles en la mente del aprendiz es lo que dota de significado a ese nuevo contenido en interacción con el mismo. En este proceso los nuevos contenidos adquieren significado para el sujeto, produciéndose una transformación de los subsumidores de su estructura cognitiva, que resultan así progresivamente más diferenciados, elaborados, estables y potentes y que servirán de base para futuros aprendizajes. Además, el aprendizaje significativo requiere de una predisposición para aprender significativamente por parte del aprendiz y de un material potencialmente significativo que a su vez, implica significatividad lógica de dicho material (Ausubel,1976).

Pero si bien David Ausubel explicita y precisa el papel tan importante que juega la predisposición por parte del alumno, en el proceso de construcción de significados, es Joseph D. Novak quien le da el carácter humanista al término, al considerar la influencia de la experiencia emocional en el proceso de aprendizaje. En este sentido, Marco Antonio Moreira nos plantea que "…Cualquier evento educativo es, de acuerdo con Novak, una acción para intercambiar significados (pensar) y sentimientos entre el aprendiz y el profesor" (Moreira, 2000). La negociación y el intercambio de significados entre alumno y profesor, protagonistas del evento educativo, se constituyen así en un eje fundamental para la consecución de aprendizajes significativos. Cabe también anotar que la idea de aprendizaje significativo como proceso, en el que se comparten significados y se delimitan responsabilidades, está desarrollada en profundidad en la Teoría de Educación de Gowin (1981). Los elementos de cualquier evento educativo, el profesor, el alumno y los materiales educativos, son los que plasman el currículo y constituyen un eje fundamental en el que, partiendo de éstos últimos, las personas que lo definen intentan deliberadamente llegar a acuerdos sobre los significados atribuidos. El docente intencionalmente procura que el estudiante modifique sus concepciones y su experiencia, y éste intencionalmente intenta captar y aprehender el significado de los materiales que se le presentan, siempre que tenga una actitud significativa de aprendizaje. Así, profesor, materiales educativos y alumno, establecen una relación tríadica caracterizada por compartir significados y en la que se delimitan las responsabilidades correspondientes a cada uno de los protagonistas del evento educativo. Aquí D. B. Gowin nos plantea que "…La enseñanza se consuma cuando el significado del material que el alumno capta es el significado que el profesor pretende que ese material tenga para el alumno" (Gowin, 1981). En consecuencia, se puede afirmar que el aprendizaje significativo es subyacente a la integración constructiva de pensar, hacer y sentir, lo que constituye el eje fundamental del engrandecimiento humano (Novak,1977).

Adicionalmente, para Vygotsky son los contextos sociales los que originan los procesos mentales superiores (pensamiento, lenguaje, conducta) a través de la mediación. Así, todo conocimiento pasa por dos fases: una primera que se desarrolla en el nivel social (interpsicológica) y una segunda que se lleva a cabo en el nivel individual (intrapsicológica). Esta interiorización del significado asignado a los instrumentos y signos que la cultura social maneja es lo que se puede equiparar a la transformación del significado lógico en psicológico explicada por Ausubel. Los instrumentos y signos podrían corresponderse con el material o contenido de aprendizaje. Podría afirmarse, por lo tanto, que el aprendizaje significativo subyace a la internalización Vygotskyana y a su modo de explicar el desarrollo cognitivo en función de la mediación social; pero es igualmente válido afirmar que la interacción social Vygotskyana subyace al aprendizaje significativo y a la concepción Ausubeliana del aprendizaje. Tanto para Vygotsky como para Ausubel "la atribución de significados y la interacción social son inseparables" (Moreira, 2002). En este contexto social y en este proceso de atribución de significados, ejerce un papel crucial la interrelación entre iguales, o sea, la interacción entre individuos o pares que conduce al intercambio y unificación de significados.

También son de mucha importancia, la teoría de los modelos mentales de Philip Johnson-Laird (1983) y la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud (1990). Johnson-Laird, plantea básicamente que ante la imposibilidad de aprehender el mundo directamente, la mente construye modelos o representaciones internas que actúan como intermediarias entre el individuo y su mundo, posibilitando su comprensión y su actuación en él. Para Vergnaud, un campo conceptual es un conjunto de situaciones en las que el manejo, el análisis y el tratamiento que realiza la persona requieren una variedad de conceptos, procedimientos y representaciones estrechamente interconectadas. Vergnaud utiliza el concepto de esquema de Piaget, considerando que éstos constituyen el centro de la adaptación de las estructuras cognitivas, jugando un papel esencial en la asimilación y en la acomodación, ya que un esquema se apoya en una conceptualización implícita. En este sentido Moreira (2002) plantea que los modelos mentales son representaciones que se ejecutan en la memoria episódica; los esquemas de asimilación se construyen en la memoria a largo plazo y por eso tienen carácter de estabilidad. Tanto los modelos mentales como los esquemas se pueden definir por los invariantes operatorios que los caracterizan. Al construir un esquema, la persona lo usa asimilando de ese modo una determinada clase de situaciones. Dado que es la organización invariante de la conducta ante las mismas circunstancias y en contextos similares, ese esquema permite su dominio. Pero al enfrentarse a una situación nueva, para la que el esquema no es suficientemente eficaz ni válido, éste ya no funciona, lo que reclama por parte del sujeto algún mecanismo que le permita asimilarla. Para ello, se construye un modelo mental que actúa de intermediario (modelo mental que resulta de la aplicación de elementos de varios esquemas) y que permite hacerle frente a esa nueva realidad. El dominio progresivo de la misma llevará también a una paulatina estabilización de esa primera representación, lo que conducirá a su transformación en esquema de asimilación. Hay que tener en cuenta que nuevos invariantes son los que condicionan nuevos conceptos y, por lo tanto, nuevos esquemas. En consecuencia, la estructuración del modelo mental y del esquema de asimilación permiten explicar el proceso de construcción del aprendizaje significativo y, a su vez, la adquisición, la asimilación y la retención del conocimiento. La Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird y la de los Campos

Conceptuales de Vergnaud se han constituido en una valiosa y fundamental herramienta, desde el punto de vista psicológico y cognitivo para la Teoría del Aprendizaje Significativo, que amplía aún más, si cabe, su poder predictivo y explicativo y su perdurabilidad, facilitando así la comprensión del proceso que conduce a la construcción de un aprendizaje significativo.

El aprendizaje significativo es, también, la manera de enfrentar el desarrollo acelerado de la sociedad de la información, posibilitando elementos y referentes claros que permitan el cuestionamiento y la toma de decisiones necesarios para hacerle frente a la misma de una manera crítica. Este enfoque implica activamente al sujeto no sólo en términos cognitivos, sino también emocionales y a su modo de percibir el mundo, a su manera de representarlo. Lo que se procura es dotar al alumno de elementos y referentes que le permitan posicionarse en la estructura social y cultural de la que forma parte de manera crítica y analítica, de modo que pueda tomar posturas y llevar adelante sus decisiones sin ser arrastrado por la misma (Moreira, 2000).

2.3 Referente Disciplinar

Es muy frecuente iniciar a los alumnos en los conceptos de ecuación y solución de una ecuación mediante definiciones formales, enseñando su resolución a través de reglas que, aplicadas al pie de la letra, permiten obtener el valor de la incógnita. Pero por mucha destreza que se adquiera, ésta puede que no vaya ligada a la adquisición de conceptos. De ahí que sea necesario tener presente tanto los conceptos de ecuación y de solución como las técnicas de resolución de ecuaciones.

En este sentido, introducir el concepto de ecuación, como la condición que cumple cierto número desconocido que es preciso encontrar, requiere partir de ciertas situaciones pre-algebraicas a manera de juegos, tales como las Cadenas (“piensa un número, luego…”), los Caminos (“coloca un número en los espacios para llegar al mismo resultado…”), las Identidades aritméticas, las Balanzas, los Tableros y algunos otros que posibilitarán trabajar la ecuación como equilibrio, la propiedad simétrica del igual, el concepto de ecuación como relación entre algo desconocido y algo conocido y la comprensión de las operaciones y sus inversas.

Si bien operar con la incógnita, deshaciendo un paréntesis, quitando denominadores o pasando a otro miembro, no tiene ningún significado natural para los alumnos, esto es lo que le brinda mayor eficacia al álgebra frente a la aritmética. Recurrir entonces a ese método de la transposición de términos es lo más habitual y debe llegarse a él, pero no de cualquier manera, lo más importante es cómo hacerlo. La transposición de términos corre el peligro de reducirse a un puro mecanicismo si no va precedido de un cuidadoso proceso que ayude a asimilar el porqué de los pasos que más tarde llegarán a mecanizarse. No hacer esta transición o esta introducción, o realizarla demasiado rápido, lleva a que muchos alumnos nunca lleguen a entender por qué, por ejemplo, deben cambiar de signo y da lugar a muchos errores aún en alumnos que llevan trabajando el álgebra varios años. De ahí la importancia de proponer diversos métodos para acercarse a la resolución de ecuaciones.

En ese proceso se deben incluir tanto métodos informales como métodos formales, comenzándose con los primeros y, a través de contextos adecuados, ir paulatinamente introduciéndose a métodos más formalizados. Pero aquí es fundamental, cualquiera que sea el método aplicado, que los alumnos se acostumbren a comprobar siempre la solución en la ecuación de partida; ello además de reforzar los conceptos de ecuación y solución, ayuda a adquirir el hábito de la autocorrección.

Pero en todo este proceso de enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones lineales, de sus conceptos y de sus métodos de resolución, es crucial, no solo el asunto de la formulación de esas ecuaciones a partir de situaciones problema, sino que además subyacen a ello, toda una gama de dificultades asociadas y que tienen que ver con el problema del concepto de variable, con el problema de los procesos de generalización y con el problema de la simbolización. La resolución de situaciones problema implica diferentes habilidades: manejar el concepto de variable, realizar determinadas generalizaciones, establecer relaciones cuantitativas entre datos e incógnitas del problema, utilizar adecuadamente los símbolos, establecer la ecuación o ecuaciones adecuadas, resolverlas e interpretar las soluciones obtenidas.

En la mayoría de los casos las variables se utilizan como si se pudiesen entender sin ningún problema, simplemente, después de una cierta práctica. Su uso se confunde con el uso de letras, manejándolas habitualmente con naturalidad, sin llegar a valorar ni la complejidad que tiene el concepto, ni los múltiples significados y usos que pueden tener las letras para los alumnos (letra evaluada, no utilizada, como objeto, como incógnita, como número generalizado, como variable). Adquirir el concepto de variable es un proceso lento, supone la conjunción de un proceso de generalización, que permite pasar de un conjunto de situaciones concretas a algún aspecto común a todas ellas, con otro proceso, el de simbolización que permite expresar de forma abreviada lo que tiene en común todas las situaciones. El hecho de que el concepto de variable no se asimile a cierto nivel tiene mucho que ver con la dificultad que tienen muchos alumnos para aceptar la igualdad "x" es igual "y" (x = y), ya que si no se llega a entender que el valor de una variable es independiente de la letra utilizada, no se puede llegar a entender que dos letras diferentes puedan estar representando un valor igual. La realidad es que los alumnos no se dan cuenta que esas letras representan números que varían. Pero este error conceptual no solo está estrechamente relacionado con el error conceptual de considerar la letra como objeto, si no que además está relacionado con el problema del signo igual. En aritmética este signo se utiliza con un carácter unidireccional, a la izquierda se indica la operación y a la derecha se ubica el resultado. En álgebra esto no ocurre siempre, por ejemplo en las ecuaciones el signo igual (=) indica restricciones, pues la igualdad es cierta solo para algunos valores. Además, en álgebra el signo igual tiene un carácter bidireccional, se debe ver actuar tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda. Por lo tanto, para la simbolización algebraica es indispensable haber realizado un verdadero cambio conceptual en el uso del signo igual.

El establecimiento de proposiciones, la resolución de problemas y muchos otros procesos matemáticos, requieren a menudo de procesos de generalización. La expresión de las relaciones cuantitativas, en lenguaje natural o simbólico, hace posible razonar sobre estas relaciones, compararlas, deducir otras, etc. La generalización, ver y expresar los aspectos generales, tiene interés en sí mismo, como una potente actividad intelectual que tiene que ponerse a prueba en muchas situaciones. Pero es además una capacidad que puede desarrollarse. Ahora, lo que en muchos casos proporciona mayor potencia al lenguaje algebraico respecto al natural es la posibilidad de expresar lo general utilizando símbolos. Los símbolos y las reglas usuales para utilizarlos aumentan su funcionalidad y permiten expresar las relaciones con mayor precisión y simplicidad, mezclar información sobre distintas relaciones, etc. Una de las maneras de acercar a los alumnos a los procesos algebraicos, de una manera natural y constructiva, es la de trabajar con situaciones en las que perciba lo general y lo pueda expresar, inicialmente de manera verbal y posteriormente por escrito. Al intentar describir relaciones o propiedades relativas a un conjunto de números, se puede conseguir que las letras aparezcan en un contexto, después de un proceso en el que se trate de dar sentido progresivamente a las interpretaciones personales. Se pueden convertir así en una necesidad del alumno, en un instrumento propio para explicar y manejar sus ideas. Los símbolos y sus operaciones tienen así una referencia, un sentido. El hecho de construir símbolos para expresar generalizaciones propias hace que éstas constituyan una forma específica y precisa de escritura. La interpretación de símbolos en términos de series numéricas o icónicas permite que no se vean como simples objetos, sino como auténticas variables. La adquisición del concepto de variable exige así el dominio de procedimientos relacionados con la percepción y la expresión de lo general.

El proceso de simbolización es el camino que se sigue para incorporar el uso de símbolos algebraicos a las situaciones en que resultan necesarios: expresión de reglas, escritura de fórmulas, resolución de problemas, interpretación de expresiones, comprobaciones, etc. Pero la utilización de símbolos algebraicos implica dos tipos de actuaciones que a menudo se realizan simultáneamente y se refuerzan una a otra. Por una parte se debe atribuir un significado adecuado a los símbolos interpretándolos de forma apropiada y sin ambigüedad. Por otro lado, se debe hacer uso de las posibilidades de cálculo que permite el lenguaje simbólico, aceptando que la escritura simbólica facilita los cálculos y la reflexión sobre las relaciones cuantitativas. Además, la escritura simbólica permite obtener nuevas relaciones mediante reglas de transformación adecuadas. Pero el proceso de simbolización requiere seguir un camino en el que el primer paso es entender la situación y, después de varias maneras de interpretarla, el último paso sería expresarla con los símbolos apropiados. Pero para que todos estos pasos se den se deben incluir durante el proceso de aprendizaje discusiones verbales y actividades con materiales concretos. Los símbolos escritos se deben introducir como ayuda para comprender mejor las relaciones; y la escritura con símbolos se debe justificar como una forma más clara y simplificada de escribir y calcular.

En síntesis, este proceso de enseñanza y aprendizaje en la formulación y resolución de ecuaciones lineales, con base en situaciones problema, implica un gran trabajo pedagógico y didáctico por parte del docente y una gran predisposición de los alumnos.

Un trabajo que parta de los pre-saberes que los alumnos tengan respecto a los conceptos de variable, expresiones algebraicas, procesos de generalización y de simbolización, igualdad, con el fin de consolidarlos a través del diseño y aplicación de actividades que motiven esa predisposición de los alumnos y posibiliten, al mismo tiempo, su aprendizaje significativo. Aquí el docente no puede escatimar esfuerzos en este propósito, no se puede pasar por aquí de cualquier forma, se le debe dar a esta parte el énfasis y el tiempo suficientes y necesarios. Pues, lo anterior será un requisito importante, indispensable, para la adquisición de habilidades y competencias en la formulación y construcción de ecuaciones lineales y en la aplicación de métodos de resolución de las mismas por parte de los alumnos. En todo este proceso se debe garantizar que los alumnos cuenten con el suficiente número de experiencias, bien diseñadas, coherentes y significativas, que le permitan expresar, discutir, equivocarse, aprender de los errores, e ir ganando motivación, comprensión, significado, importancia y necesidad del método algebraico. Del método, de la didáctica, del trabajo que implemente el docente, de su papel de facilitador, orientador y mediador en este proceso de enseñanza y aprendizaje, dependerá en gran medida que se superen las dificultades de nuestros alumnos y podamos verlos avanzar en sus desempeños.

3. Diseño de la UEPS sobre Formulación y Solución de Ecuaciones Lineales con Base en Situaciones Problema

Objetivo: Enseñar a los alumnos del grado 9º la formulación y resolución de ecuaciones lineales con base en situaciones problema que las impliquen, tanto de la vida cotidiana como de las matemáticas mismas y de otros campos.

Secuencia:

1. **Situación Inicial:**

   Esta actividad inicial durará dos clases.

   En esta primera etapa se busca que los alumnos exterioricen sus conocimientos previos respecto al tema central. En consecuencia, el docente realiza una lluvia de ideas con las respuestas que los alumnos den a las siguientes situaciones:

   a. Describa con sus palabras los pasos para solucionar el siguiente problema: un químico dispone de dos soluciones de ácido sulfúrico, una al 32% y la otra al 42%. ¿Cuántos c.c. de cada solución deberá extraer y agregar a un frasco que contiene 20 c.c. de ácido sulfúrico al 35%, para obtener en total 70 c.c. de una nueva solución al 38%?

b. ¿Qué es una ecuación?, ¿en qué se usa, para qué sirve, cuál es su utilidad?

c. ¿Qué significa la solución de una ecuación?

d. ¿Qué es una igualdad?

e. ¿Qué es una expresión algebraica?

f. ¿Qué es una variable?

g. ¿Cuándo una ecuación es lineal?

Se anotarán todas las ideas en el tablero. De ellas, se destacarán las que para ellos sean más importantes y se elaborará colectivamente un MAPA CONCEPTUAL.

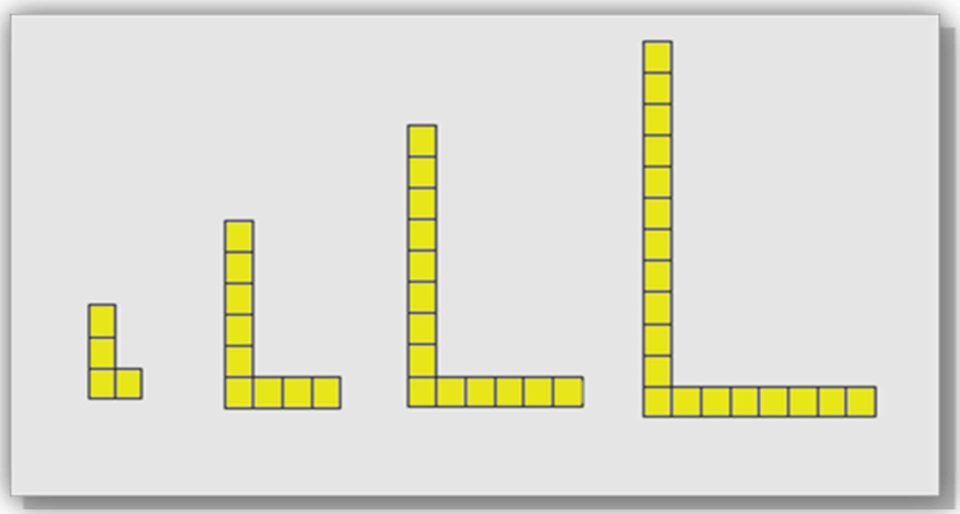
Al final, cada alumno explicará por escrito el mapa conceptual construido y entregará su producción al docente. Este escrito hará parte del proceso evaluativo de los alumnos.

2. Situaciones Problema Iniciales:

Esta segunda etapa durará tres clases.

Acorde a los conceptos previos de sus alumnos o como organizadores previos, el docente les propone, en esta segunda etapa, las siguientes situaciones.

a. Observa la siguiente sucesión de figuras:



- Establece una ley de formación[1], "la más natural", para esta sucesión, que permita determinar el número de cuadrados para cualquier posición.
- Dibuje la figura para la posición siguiente.
- Determine el número de cuadrados en las posiciones: 10ª, 15ª y 20ª

Estas preguntas se responderán con la participación de todo el grupo, verificándose en cada caso la veracidad o no de las respuestas, con la mediación del docente y sin pretender encontrar respuestas definitivas.

b. Observa la sucesión infinita de números:

4, 9, 14, 19, 24,…

- Establezca una ley de formación de esta sucesión.
- Determina el valor de las posiciones 10ª, 15ª y 20ª
- ¿Qué relación puedes establecer entre ella y la del ejemplo anterior?

Estas preguntas se responderán con la participación de todo el grupo, verificándose en cada caso la veracidad o no de las respuestas, con la mediación del docente y sin pretender encontrar respuestas definitivas.

c. A continuación el docente entrega a cada alumno una copia del **"TALLER Nº 1" (ver ANEXO A)**. Se da el tiempo para que cada alumno lo lea y luego se organicen en equipos de 2 a 4 integrantes, con el propósito de resolverlo colaborativamente. Una vez terminado el taller, se realiza un intercambio de la solución entre los equipos, de modo que cada grupo corrija y escriba los comentarios y sugerencias a la solución de otro equipo. Cuando cada equipo reciba de vuelta su solución, podrá modificarla y entregar la solución final al

[1]Para ésta y para las siguientes sucesiones que se planteen más adelante, sean de manera gráfica o numérica, se debe reconocer que existen infinidad de leyes de formación. En este caso: $5n - 1$ ó $(5n - 1) + (n - 1)(n - 2)(n - 3)(n - 4)$ ó $(5n - 1) + (n - 1)^2 (n - 2)^2 (n - 3)^2 (n - 4)^2$ y así sucesivamente se podrían plantear muchísimas más que satisfagan estos 4 términos pero que, para términos posteriores al 4º, conducirían a resultados diferentes. Lo más "normal" es que se establezca como respuesta a $5n - 1$. Por ello, cuando escribo "la más natural" me refiero a la más "sencilla", a la que "normalmente" el común de las personas establecerían.

docente. La solución del taller se tendrá en cuenta en el proceso evaluativo de los alumnos.

3. Profundización de Conceptos:

Esta tercera etapa durará tres clases.

Con el propósito de ahondar en la interacción de los conceptos previos y los nuevos conceptos, en esta tercera etapa el docente propone a sus alumnos el siguiente juego de ADIVINANZAS:

a. Piensen un número. Multiplíquenlo por 7. Resten el número que pensaron. Dividan el resultado por 6.

El docente "adivina" el número, pidiéndoles a varios alumnos su resultado y confirmando que ese resultado es el número pensado y luego, afirma para todo el grupo que el resultado que obtuvieron es el número pensado.

El docente escribe la secuencia en el tablero y pide a sus alumnos que expliquen y justifiquen el por qué de la situación y que la expresen por escrito a través de símbolos si los requieren. Un tiempo prudencial después (5 minutos más o menos), se pide a varios alumnos que salgan al tablero y socialicen sus respuestas. Sobre el final, se sintetiza y aclara por el docente la situación planteada y se enfatiza en las ventajas de la simbolización para ciertas situaciones.

EXPLICACIÓN:

Descripción de la Situación	Representación Simbólica
Pensar un número	x
Multiplicarlo por 7	$7x$

Restarle el número pensado	$7x - x$
Dividir el resultado por 6	$\frac{7x - x}{6}$
Simplifiquemos la expresión obtenida: restamos y luego dividimos	$\frac{7x - x}{6} = \frac{6x}{6}$ $\frac{7x - x}{6} = x$

Como podemos apreciar, todas las operaciones realizadas sobre el número pensado, finalmente conllevan al mismo número. Por lo tanto, para "adivinar" el número, éste será siempre el resultado que al final se nos diga.

b. El docente pide en voz alta a un alumno cualquiera de la clase: Piensa un número. Súmale 5. Multiplica el resultado por 2. Réstale 3. ¿Cuál fue tu resultado? El alumno contesta en voz alta el valor y el docente le "adivina" rápidamente el número que había pensado.

El docente escribe la secuencia en el tablero y pide a sus alumnos que expliquen y justifiquen el por qué de la situación y que la expresen por escrito a través de símbolos si los requieren. Un tiempo prudencial después (5 minutos más o menos), se pide a varios alumnos que salgan al tablero y socialicen sus respuestas. Sobre el final, se sintetiza y aclara por el docente la situación planteada y se enfatiza en las ventajas de la simbolización para ciertas situaciones.

EXPLICACIÓN:

Descripción de la Situación	**Representación Simbólica**
Pensar un número	x
Sumarle 5	$x+5$
Multiplicar el resultado por 2	$2(x+5)$
Restar 3 a lo obtenido	$2(x+5)-3$
Simplifiquemos la expresión obtenida: multiplicamos aplicando propiedad distributiva y restamos	$2(x+5)-3=2x+10-3$ $2(x+5)-3=2x+7$

En este caso, para "adivinar" el número se debe igualar la expresión simplificada y el "resultado" que al final se nos diga. Procediendo luego a resolver la ecuación obtenida.

Este es el momento para ir formalizando el concepto de ecuación, el de ecuación lineal con una incógnita y su solución, al igual que un procedimiento para resolverla.

Procedimiento	**Justificación**
$2x+7=resultado$	Igualando la expresión simplificada y el "resultado" dado al final

$2x+7-7=resultado-7$	Restamos 7 en ambos miembros de la ecuación para ir despejando la incógnita
$2x=resultado-7$	Cancelando 7 y - 7
$\frac{2x}{2}=\frac{resultado-7}{2}$	Dividimos por 2 en ambos miembros de la ecuación para despejar definitivamente la incógnita
$x=\frac{resultado-7}{2}$	Cancelando el 2 del numerador y del denominador

Como se puede apreciar, el número pensado se “adivina” restándole 7 al “resultado” que se nos diga al final, para luego dividir por 2.

c. A continuación el docente distribuye a cada alumno una copia del **“TALLER Nº 2” (ver ANEXO B)**. Se da el tiempo para que cada alumno lo lea y luego se organicen en equipos de 2 a 4 integrantes, con el propósito de resolverlo colaborativamente. Una vez terminado el taller, se realiza un intercambio de la solución entre los equipos, de modo que cada grupo corrija y escriba los comentarios y sugerencias a la solución de otro equipo. Cuando cada equipo reciba de vuelta su solución, podrá modificarla y entregar la solución final al docente. La solución del taller se tendrá en cuenta en el proceso evaluativo de los alumnos.

4. Revisión del Proceso:

Esta cuarta etapa tendrá una duración de dos clases.

Esta cuarta etapa inicia con la revisión de lo que se ha visto hasta el momento, haciéndose una reconciliación integradora con los conceptos hasta ahora abordados.

El docente devuelve las actividades realizadas por los alumnos con los comentarios, correcciones y sugerencias pertinentes y se entrega a cada alumno una copia del **MAPA CONCEPTUAL SOBRE ECUACIONES (ver ANEXO C)**. Se hace por parte del docente una exposición magistral, con base en el MAPA CONCEPTUAL, sobre los conceptos previos revisados: variables, expresiones algebraicas, igualdades, ecuaciones, solución de ecuaciones, ecuaciones lineales; ilustrando con variados ejemplos. Se socializan y se enfatizan los aspectos más relevantes observados en las actividades previas realizadas por los alumnos. Se da la posibilidad de resolver inquietudes, dudas y preguntas de los alumnos al respecto. Se debe enfatizar en la solución de ecuaciones lineales con una incógnita, mediante la aplicación de un procedimiento, como resultado de una situación problema.

EXPLICACIÓN: Procedimiento para resolver ecuaciones lineales con una incógnita.

1er Paso: Eliminar signos de agrupación y denominadores, si los hay.

2do Paso: Trasponer términos semejantes a un mismo miembro de la ecuación. Término que cambie de miembro cambia de signo, de lo contrario se conserva igual.

3er Paso: Se reducen términos semejantes en ambos miembros de la ecuación, si los hay.

4to Paso: Se despeja la incógnita. Su coeficiente que la multiplica, pasa a dividir al otro miembro de la ecuación, hallando la solución.

EJEMPLO 1: Ilustremos el procedimiento resolviendo la siguiente ecuación:

$$2-\{3(x-2)+4x\}-\frac{x}{6}=\frac{2x-1}{3}+\frac{4x-3}{2}$$

Procedimiento	**Justificación**
$2-\{3x-6+4x\}-\frac{x}{6}=\frac{2x-1}{3}+\frac{4x-3}{2}$	Se aplica la propiedad distributiva para eliminar paréntesis
$2-3x+6-4x-\frac{x}{6}=\frac{2x-1}{3}+\frac{4x-3}{2}$	Se eliminan las llaves multiplicando el signo (-) que las preceden, por cada signo de la expresión interna
$\frac{8-7x}{1}-\frac{x}{6}=\frac{2x-1}{3}+\frac{4x-3}{2}$	Se reducen términos semejantes enteros y se colocan sobre uno
$48-42x-x=4x-2+12x-9$	El común denominador que es 6, se divide por cada denominador y el resultado se multiplica por el respectivo numerador
$48+2+9=4x+12x+42x+x$	Se trasponen términos semejantes
$59=59x$	Se reducen términos semejantes
$\frac{59}{59}=x$ $x=1$	Se despeja la incógnita y se halla su valor. Su coeficiente que la multiplica, se pasa a dividir

EJEMPLO 2: Expliquemos ahora el **punto 2** del **TALLER N°2**

María Victoria necesita alquilar un vehículo por 4 días y le ofrecen dos alternativas.

TARIFA 1: $ 60.000 el día más $500 por kilómetro recorrido.

TARIFA 2: $ 130.000 el día con kilometraje ilimitado.

Determine el número de kilómetros a partir del cual es más conveniente que María Victoria escoja la TARIFA 2.

Solución:

Sea “ x ” el número de kilómetros recorridos.

La expresión que representa el costo por la TARIFA 1 es: $4\times 60.000+500x, \quad es \quad decir, \quad 240.000+500x$

La TARIFA 2 es independiente del kilometraje y su costo es: $4\times 130.000, \quad es \quad decir, \quad 520.000$

Ahora, la TARIFA 2 será más conveniente para María Victoria, siempre que el número de kilómetros recorridos sea mayor que aquel para el cual los costos de las dos tarifas sean iguales.

Encontremos entonces este valor, para ello igualamos los costos de las dos tarifas:

Procedimiento	**Justificación**
$240.000+500x=520.000$	Ecuación obtenida
$500x=520.000-240.000$	Trasponiendo términos

$x = \dfrac{280.000}{500}$	Despejando la incógnita
$x = 560$	Hallando el valor de la incógnita

Por lo tanto, será más conveniente para María Victoria elegir la TARIFA 2, siempre que vaya a recorrer más de los 560 km.

5. Nuevas Situaciones Problema de Mayor Complejidad:

Esta quinta etapa tendrá una duración de tres clases.

En esta quinta etapa se aborda el problema de la traducción del lenguaje natural al algebraico desde situaciones problema, enfatizando en la identificación y establecimiento de las igualdades correspondientes para la construcción de ecuaciones lineales.

El docente propone a sus alumnos las siguientes situaciones con el propósito de promover la reconciliación integradora:

a. En un evento académico el número de alumnos es doce veces el número de profesores.

¿Quiénes son los de mayor cantidad, los profesores o los alumnos? ¿Si los profesores fuesen 30, cuántos serían los alumnos? ¿Si los alumnos fuesen 108 cuántos serían los profesores?

Asígnele una letra representativa a la variable número de profesores, ¿cómo se expresaría algebraicamente la variable número de alumnos?

De acuerdo a esta misma relación, se podrá decir también que el número de profesores es (completa el espacio punteado) la……………………………………..del número de alumnos.

Asígnele una letra representativa a la variable número de alumnos, ¿cómo se expresaría algebraicamente la variable número de profesores?

b. En dos botes hay la misma cantidad de pintura. Si se extraen 15 litros de uno de ellos y se echan en el otro, entonces éste tendrá triple número de litros que el primero. Construir la ecuación correspondiente que permita determinar la cantidad de litros que contiene cada bote.

c. Un grupo de alumnos se reúne en una cafetería para desayunar. Si se sientan tres alumnos en cada mesa, quedan dos alumnos sin mesa. Si se sientan cuatro alumnos en cada mesa, queda una mesa vacía. Construir las ecuaciones correspondientes que permita determinar el número de alumnos y el número de mesas.

Estas situaciones se resuelven con la participación de todo el grupo, verificándose en cada caso la veracidad o no de las respuestas, con la mediación del docente. Se les pide a los alumnos que planteen otras situaciones problema y que realicen el análisis y la simbolización correspondiente. Igualmente, con base en ecuaciones establecidas se construyen situaciones que se amolden a ellas. Es necesario tener presente que lo más importante en estas situaciones es que los alumnos tomen conciencia y descubran las igualdades simples e informales que subyacen en cada situación. Obtener la ecuación y resolverla será un asunto más secundario.

d. A continuación el docente distribuye a cada alumno una copia del **"TALLER Nº 3" (ver ANEXO D)**. Se da el tiempo para que cada alumno lo lea y luego se organicen en equipos de 2 a 4 integrantes, con el propósito de resolverlo colaborativamente. Una vez terminado el taller, se realiza un intercambio de la solución entre los equipos, de modo que cada grupo corrija y escriba los comentarios y sugerencias a la solución de otro equipo. Cuando cada equipo reciba de vuelta su solución, podrá modificarla y entregar la solución final al docente. La solución del taller se tendrá en cuenta en el proceso evaluativo de los alumnos.

6. Diferenciación Progresiva:

Esta sexta etapa tendrá una duración de cuatro clases.

En esta sexta etapa se ahonda el concepto de ecuación lineal, su solución y los diferentes métodos para obtenerla, retomando los métodos informales y concluyendo con los formales. Mediante situaciones problema se realiza la formalización del método algebraico para la construcción y resolución de ecuaciones lineales. Aquí es de vital importancia no caer en la mecanización burda de estos procedimientos. Este trabajo con los alumnos debe incluir tanto métodos informales como métodos formales.

El propósito es lograr la diferenciación progresiva del contenido, para lo cual el docente realiza una presentación en Power Point. Ésta inicia con una visión general de todo el tema, de lo más importante, pero luego se centra en los aspectos específicos mencionados anteriormente: los métodos de resolución. En este proceso se aprovecha para hacer las precisiones y las aclaraciones correspondientes al Taller Nº 3.

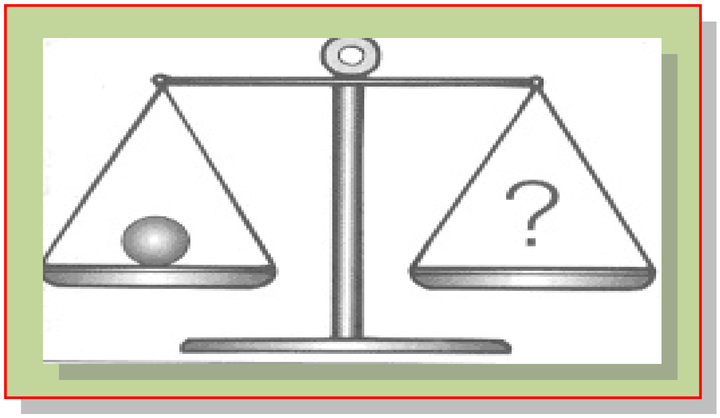
Entre otras, las siguientes son algunas de las situaciones que se trabajan en la presentación en Power Point:

a. Las figuras siguientes representan dos platos de una balanza en equilibrio. En el de la izquierda hay latas de gaseosas y en el de la derecha hay barras de hierro.

- 7 latas de gaseosas tienen la misma masa que.............barras de hierro.

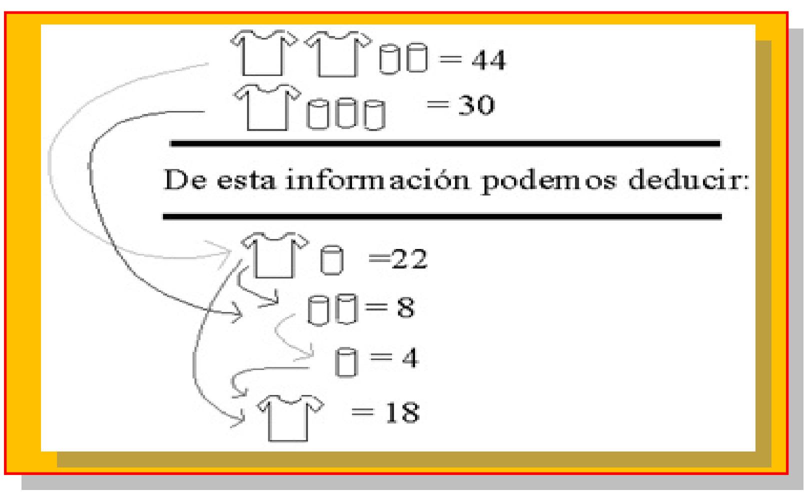
- ...... barra de hierro tiene la misma masa que una bola de hierro y........latas de gaseosas.

- Una bola de hierro tiene la misma masa que......................



La balanza en equilibrio introduce una muy buena representación de la igualdad y le proporciona sentido a la ecuación, así como a las manipulaciones algebraicas. Mediante ellas, se ilustra de muy buena manera la propiedad uniforme y las aplicaciones de las operaciones inversas que son las que, finalmente, justificarán el método de la transposición de términos.

b. El precio de dos camisetas y de dos latas de refresco es de 44 mil pesos. El precio de una camiseta y tres latas de refresco es de 30 mil pesos. ¿Cuál es el precio de una camiseta y el de una lata de refresco?



Con la anterior ilustración se quiere representar el siguiente razonamiento:

- Si dos camisetas y dos latas de refresco valen 44 mil pesos, entonces una camiseta y una lata de refresco valen la mitad: 22 mil pesos.

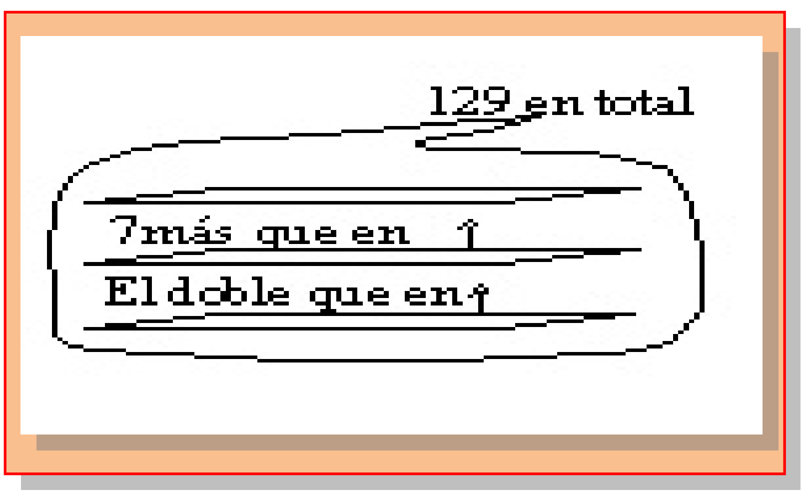
- Si una camiseta y tres latas de refresco valen 30 mil pesos, y una camiseta y una lata de refresco valen 22 mil pesos, entonces dos latas de refresco valen 8 mil pesos.

- Si dos latas de refresco valen 8 mil pesos, entonces una sola lata vale la mitad: 4 mil pesos.

- Finalmente, si una camiseta y una lata de refresco valen 22 mil pesos y una lata de refresco vale 4 mil pesos, entonces una camiseta vale 18 mil pesos (22 - 4).

Con este tipo de representación hemos podido hallar el precio de una camiseta y el de una lata de refresco sin usar formalmente ecuaciones. Ahora bien, este tipo de representación es uno de los muchos que podemos utilizar para resolver este problema.

c. En 3 estantes de una librería hay 129 manuscritos. En el segundo hay 7 más que en el primero. En el tercero hay el doble que en el segundo. ¿Cuántos manuscritos hay en cada estante?



Un dibujo como el anterior nos ayuda en la resolución del problema.

Es importante no descartar las estrategias que, como el dibujo en la situación anterior, facilitan la comprensión de las relaciones en la situación problema.

Veamos ahora, su solución:

Procedimiento	Justificación
Sea “ x ” el número de manuscritos del primer estante	Se nombra con una letra una de las incógnitas del problema
$x+7$ es el número de manuscritos del segundo estante	En el segundo estante hay 7 más que en el primero
$2(x+7)=2x+14$ es el número de manuscritos del tercero	En el tercer estante hay el doble que en el segundo
$x+x+7+2x+14=129$	Construcción de la ecuación: la suma de los manuscritos de los tres estantes es igual a 169
$4x+21=129$	Reducción de términos
$4x+21-21=129-21$	Restando 21 en ambos miembros
$4x=108$	Reducción de términos
$\frac{4x}{4}=\frac{108}{4}$	Dividiendo por 4 ambos miembros
$x=27$	Efectuando operaciones
En el primer estante hay 27 manuscritos, en el segundo hay 34 y en el tercero hay 68	Respondiendo al problema con base en los tres primeros pasos

d. Un químico mezcla 30 c.c. de ácido sulfúrico al 20% con 50 c.c. del mismo ácido con igual concentración. ¿Qué concentración del ácido obtiene?

Es importante recordar que todo porcentaje se expresa como una fracción de denominador 100. Por ejemplo, 20% equivale a 20/100.

Solución:

Procedimiento	**Justificación**
Sea " x " la concentración obtenida luego de la mezcla	Se nombra con una letra la incógnita del problema.
$\frac{20}{100}(30)+\frac{20}{100}(50)=\frac{x}{100}(80)$	Construcción de la ecuación: al sumar los c.c. por sus respectivas concentraciones, que se mezclan, se obtienen 80 c.c. con una concentración "x" a buscar.
$600+1000=80x$	Eliminando denominadores y efectuando operaciones.
$80x=1600$	Reduciendo semejantes.
$x=\frac{1600}{80}$ $x=20$	Despejando la incógnita y hallando su valor

El químico obtiene 80 c.c. de ácido sulfúrico también al 20%, como lógicamente se debía esperar ya que las concentraciones mezcladas son iguales (ambas al 20%).

e. Si se mezclan 30 c.c. de ácido sulfúrico al 10% con otros 30 c.c. del mismo ácido al 20%, ¿qué concentración se obtiene?

Solución:

Procedimiento	Justificación
Sea “ x ” la concentración obtenida luego de la mezcla	Se nombra con una letra la incógnita del problema.
$\frac{10}{100}(30)+\frac{20}{100}(30)=\frac{x}{100}(60)$	Construcción de la ecuación: al sumar los c.c. por sus respectivas concentraciones, que se mezclan, se obtienen 80 c.c. con una concentración “x” a buscar.
$300+600=60x$	Eliminando denominadores y efectuando operaciones.
$60x=900$	Reduciendo semejantes.
$x=\frac{900}{680}$ $x=15$	Despejando la incógnita y hallando su valor

Se obtienen 60 c.c. de ácido sulfúrico al 15%. Si las cantidades a mezclar son iguales, la concentración será el promedio de las concentraciones que se mezclan.

f. ¿Cuántos c.c. de ácido sulfúrico al 40% se deben mezclar con 30 c.c. del mismo ácido al 20%, para obtener una solución de 75 c.c. al 32%?

Solución:

Procedimiento	**Justificación**
Sea " x " los c.c. del ácido al 40% que se necesitan para la mezcla.	Se nombra con una letra la incógnita del problema.
$\frac{40}{100}(x)+\frac{20}{100}(30)=\frac{32}{100}(75)$	Construcción de la ecuación: al sumar los c.c. por sus respectivas concentraciones, que se mezclan, se obtienen 75 c.c. con la concentración deseada (al 32%).
$40x+600=2400$	Eliminando denominadores y efectuando operaciones.
$40x=1800$	Trasponiendo términos y reduciendo semejantes.
$x=\frac{1800}{40}$ $x=45$	Despejando la incógnita y hallando su valor

Se deben mezclar 45 c.c. del ácido al 40% con los 30 c.c. al 20% para obtener los 75 c.c. al 32%.

Sin embargo, no se puede caer en el error de pensar que tenían que ser 45 c.c. porque ya se tenían 30 c.c. y se necesitaban 75 c.c. La concentración es determinante. El siguiente ejemplo lo ilustra.

g. ¿Cuántos c.c. de ácido sulfúrico al 40% se deben mezclar con 30 c.c. del mismo ácido al 20%, para obtener una solución de 70 c.c. al 30%?

Aparentemente se podría pensar que se necesitan 40 c.c., pero no es así; veamos:

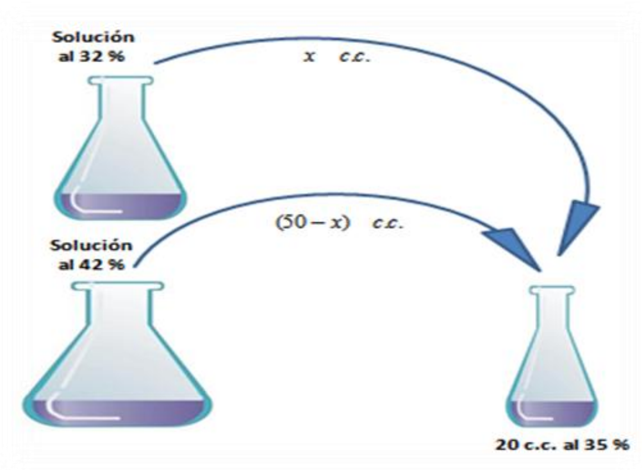
Solución:

Procedimiento	Justificación
Sea “ x ” los c.c. del ácido al 40% que se necesitan para la mezcla.	Se nombra con una letra la incógnita del problema.
$\frac{40}{100}(x)+\frac{20}{100}(30)=\frac{30}{100}(70)$	Construcción de la ecuación: al sumar los c.c. por sus respectivas concentraciones, que se mezclan, se obtienen 75 c.c. con la concentración deseada (al 32%).
$40x+600=2100$	Eliminando denominadores y efectuando operaciones.
$40x=1500$	Trasponiendo términos y reduciendo semejantes.
$x=\frac{1500}{40}$ $x=37{,}5$	Despejando la incógnita y hallando su valor

Se requieren 37,5 c.c. para la mezcla y no 40 c.c. como aparentemente se podría esperar. En este caso, los 2,5 c.c. faltantes para completar los 70 c.c. esperados, corresponden a un diluyente necesario para obtener la concentración deseada (30%). Por lo general este diluyente es el agua, pues es considerado el diluyente universal.

h. Un químico dispone de dos soluciones de ácido sulfúrico: una al 32% y la otra al 42%. ¿Cuántos c.c. de cada solución deberá extraer y agregar a un frasco que contiene 20 c.c. de ácido sulfúrico al 35%, para obtener en total 70 c.c. de una nueva solución al 38%?

La siguiente gráfica ilustra la situación y nos ayuda a visualizar la solución.



Solución:

Procedimiento	Justificación
Sea " x " los c.c. que se extraen de la solución al 32%	Se nombra con una letra una de las incógnitas del problema
$(50-x)$ son los c.c. que se extraen de la solución al 42%	Como ya se tienen 20 c.c. y se necesitan 70 c.c. en total, entonces entre las dos soluciones deben obtenerse los 50 c.c. restantes.
$\frac{32}{100}x+\frac{42}{100}(50-x)+\frac{35}{100}(20)=\frac{38}{100}(70)$	Construcción de la ecuación: al sumar los c.c. que se extraen de las dos soluciones con los 20 que se tenían, se obtendrán los 70 c.c. esperados, con sus respectivos porcentajes
$32x+2100-42x+700=2660$	Eliminando denominadores y efectuando operaciones

$-10x=-140$	Trasponiendo términos y reduciendo semejantes
$x=\frac{-140}{-10}$ $x=14$	Despejando la incógnita y hallando su valor

Por lo tanto, se deben extraer 14 c.c. de la solución al 32% y 36 c.c. de la solución al 42% para que, con los 20 c.c. que se tuvieran al 35%, se obtengan finalmente, los 70 c.c. al 38% que se deseaban.

i. A continuación el docente devuelve a sus alumnos el **Taller Nº 3** con las correcciones y sugerencias correspondientes y les solicita que se organicen en equipos de 2 a 4 integrantes, con el propósito de terminar el trabajo, resolviendo colaborativamente las ecuaciones y dando solución a los problemas del punto 3. Una vez terminada la solución de la actividad, se realiza un intercambio de soluciones entre los equipos, de modo que se corrijan y escriban los comentarios y sugerencias a la solución de otro equipo. Cuando cada grupo reciba de vuelta su solución, podrá modificarla y entregar la solución final al docente. Esta actividad se tendrá en cuenta en el proceso evaluativo de los alumnos.

7. Diferenciando Progresivamente con una Perspectiva Integradora:

Esta séptima etapa tendrá una duración de tres clases.

Para ir concluyendo la UEPS, en esta séptima etapa se le da continuidad al proceso de Diferenciación Progresiva retomando y profundizando, desde situaciones problema de mayor complejidad, los conceptos de ecuación lineal y su solución. En consecuencia el docente resuelve, con la participación de todo el grupo, varias situaciones problema con algún grado de dificultad mayor, buscando igualmente la Reconciliación Integradora de los conceptos fundamentales de esta temática. Es muy importante aquí que el docente promueva y estimule el cuestionamiento, el diálogo y la crítica.

a. EXPLICACIÓN: Entre las situaciones problema que el docente resuelve, con la participación de todo el grupo, está la siguiente:

Un vehículo parte con una velocidad constante de 90 km / h. Tres horas después, parte otro vehículo en su persecución, con una velocidad constante de 120 km / h. ¿Qué tiempo después de haber partido el primer vehículo, éste es alcanzado por el segundo?, ¿A qué distancia se producirá el encuentro?

En la solución de problemas con velocidad constante, es necesario tener presente que la distancia recorrida es igual a la multiplicación de la velocidad por el tiempo empleado.

Procedimiento	Justificación
Sea “t” el tiempo en el que el primer vehículo es alcanzado por el segundo	Se nombra con una letra una de las incógnitas del problema
$90t$ es la distancia recorrida por el primer vehículo	Distancia es igual a velocidad por tiempo. Además, el segundo vehículo salió

$120(t-3)$ es la distancia recorrida por el segundo vehículo	tres horas después.
$120(t-3)=90t$	Construcción de la ecuación: las distancias recorridas por los vehículos son iguales
$120t-360=90t$	Eliminando los paréntesis
$120t-90t=360$	Trasponiendo términos
$30t=360$	Reduciendo términos
$t=\frac{360}{30}$ $t=12$	Despejando la incógnita y hallando su valor

Por lo tanto, el primer vehículo es alcanzado por el segundo 12 horas después de haber partido. Además, el encuentro se presenta a los 1080 km de recorrido.

b. A continuación el docente organiza al grupo en equipos de 2 a 4 integrantes y les pide que construyan y resuelvan 5 situaciones problema, que tengan que ver con su vida cotidiana, con las matemáticas mismas y con otros campos del conocimiento, y que impliquen la formulación y resolución de ecuaciones lineales. Es muy importante aquí que el docente sea un facilitador en el proceso, que los alumnos actúen colaborativamente y que efectivamente se de entre ellos una negociación de significados.

c. Ahora, como una acercamiento e introducción al concepto de función lineal, que será el próximo tema a estudiarse, se pide a los alumnos resolver situaciones similares a la siguiente:

Una persona desea invertir completamente $ 600.000 en la compra de camisas de $ 30.000 y pantalones de $ 40.000. ¿Cuáles son las posibilidades de inversión que tiene esta persona?

Finalmente, se socializa el trabajo de los equipos y se discute con el grupo en general, las preguntas, inquietudes, dudas y dificultades, siempre con la mediación del docente. Cada equipo entrega su producción al docente que se tendrá en cuenta en el proceso evaluativo de los alumnos.

8. Evaluación Sumativa Individual (ver ANEXO E):

Esta Evaluación tendrá una duración de dos clases.

Esta actividad se realizará por escrito, se anunciará con anticipación y en ella se privilegiará la pregunta abierta, que permita que los alumnos expresen la comprensión de conceptos, el desarrollo de procedimientos y evidencien sus aprendizajes significativos al respecto.

9. Evaluación del Aprendizaje en la UEPS:

Este proceso evaluativo es integral, permanente, continuo, formativo y sumativo, da cuenta del desempeño cognitivo, procedimental y actitudinal de los alumnos. Se hará con base en los trabajos realizados y entregados por los alumnos, las observaciones registradas por el docente durante el proceso incluyendo la actitud, la autoevaluación y la evaluación sumativa. Se asignará porcentajes a estos aspectos así: actividades y trabajos de los alumnos (40 %), evaluación sumativa (40 %), actitud y autoevaluación (20 %). Alternativamente a los anteriores porcentajes, se dará como resultado de una evaluación integral, una valoración cualitativa: Superior, Alto, Básico o Bajo, como lo orienta el decreto 1290 del MEN y como lo ratifica el Sistema Institucional de Evaluación de nuestra institución Mariscal Robledo.

10. Evaluación de la UEPS:

Esta evaluación de la UEPS se debe realizar con base en los resultados obtenidos por los alumnos respecto a sus aprendizajes significativos sobre el tema de la UEPS, en los puntos de vista de los alumnos sobre las posibilidades de aprendizajes significativos que les permitió el desarrollo de la UEPS y en la opinión del docente sobre el mismo aspecto. Lo anterior deberá conducir a si fue exitosa o no, o si habría que realizar ajustes o cambios en ella.

Tiempo Total de la UEPS: 22 clases.

4. Análisis de Resultados

A continuación presento el análisis de los resultados de la aplicación de la UNIDAD DE ENSEÑANZA POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (**UEPS**) SOBRE FORMULACIÓN Y SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES CON BASE EN SITUACIONES PROBLEMA PARA GRADO NOVENO: Estudio de Caso en la Institución Educativa Mariscal Robledo de la Ciudad de Medellín.

Se trabajó con dos grupos: el grupo 9º1, llamado grupo experimental, con quien se ejecutó la **UEPS** diseñada, y el grupo 9º2, llamado grupo control, con quien se continuó trabajando el mismo tema de la manera tradicional.

Hace parte de este capítulo, el escenario del estudio de caso, la comparación de los datos obtenidos en ambos grupos y la presentación del análisis de los resultados.

4.1 Escenario del Estudio de Caso

La aplicación de la **UEPS** diseñada se realizó con el grupo 9º1 (grupo experimental) de la jornada de la mañana de la Institución Educativa Mariscal Robledo, constituido entre hombres y mujeres por 41 alumnos, cuyas edades oscilan entre los 14 y 16 años. Mientras que con el otro grupo 9º2 (grupo control), de la misma jornada e institución, se trabajó con la metodología que tradicionalmente se ha aplicado; grupo constituido entre hombres y mujeres por 40 alumnos, cuyas edades también oscilan entre los 14 y 16 años.

Como es típico en la mayoría de los grupos de nuestra institución, se presenta entre los miembros de ambos grupos del grado 9º, heterogeneidad en aspectos como el actitudinal, en sus intereses, en sus dificultades y en sus desempeños. También es importante tener presente que la situación económica de la mayoría de los estudiantes, en ambos grupos, es precaria, con muchas dificultades, lo cual les imposibilita el acceso permanente al computador. Por otra parte, la institución educativa carece de salas de informática suficientes para su uso por parte de otros docentes y sus alumnos, que no sean del área de informática. Esta difícil realidad restringió el diseño y ejecución de actividades en la UEPS, limitándolas sólo a aquellas que no implicarán el uso del computador. Finalmente, se debe señalar que las condiciones locativas y de recursos, tanto físicos, didácticos, etc., fueron similares para los dos grupos.

4.2 Resultados Obtenidos

Estos resultados corresponden a los desempeños obtenidos por los estudiantes de ambos grupos, tanto en el proceso general de enseñanza y aprendizaje del tema en cuestión, durante el período de ejecución, como el obtenido en la Prueba Final Evaluación Sumativa. Ellos se obtuvieron con base en los criterios del decreto 1290 de 2009 del MEN y del Sistema Institucional de Evaluación de la Mariscal Robledo, mediante los cuales se reglamenta la evaluación de los estudiantes de la institución.

En este sentido, es importante señalar que este proceso evaluativo es de carácter integral, permanente, continuo, formativo y sumativo y da cuenta del desempeño cognitivo, procedimental y actitudinal de los alumnos. Se hizo con base en los trabajos realizados y entregados por los alumnos, en las observaciones registradas por el docente durante el proceso, incluyendo su actitud, su autoevaluación y los resultados de la Prueba Final Evaluación Sumativa. Se asignaron porcentajes a estos aspectos así: actividades y trabajos de los alumnos (40 %), evaluación sumativa (40 %), actitud y autoevaluación (20 %).

Finalmente, como resultado de una evaluación integral, se estimó para cada estudiante una valoración cualitativa: Superior, Alto, Básico o Bajo, como lo orienta el decreto 1290 del MEN y como lo ratifica el Sistema Institucional de Evaluación de nuestra Institución Educativa Mariscal Robledo, teniendo en cuenta la siguiente escala:

Tabla 4-1: **Escala de Valoración.**

Desempeño	Rango
Bajo	$1 \leq x < 3.0$
Básico	$3.0 \leq x < 4.0$
Alto	$4.0 \leq x < 4.5$
Superior	$4.5 \leq x \leq 5.0$

Conceptos Previos:

Con el propósito de establecer los conocimientos previos que los alumnos tenían respecto al tema de estudio, indagué el nivel de manejo de los alumnos respecto a los conceptos de variable, expresión algebraica, igualdad, ecuación, ecuación lineal o de primer grado, su utilidad y aplicación. Luego realicé en ambos grupos, una lluvia de ideas con las respuestas que ellos expresaban, para finalmente elaborar, de manera colectiva, un mapa conceptual sobre la temática.

Del total de estudiantes (81) pude constatar que cerca de un 80% mostró tener un bajo manejo de estos conceptos y de su utilidad o aplicabilidad. Alrededor de un 4% se observó con buena solvencia en su significado y utilidad, y un 16% aproximadamente, se mostró con algunas ideas más o menos adecuadas al respecto, observándose algunos errores conceptuales y procedimentales.

A partir de la realidad descrita se inició el trabajo con la temática, tanto de aplicación de la UEPS en el grupo 9º1, como de la forma tradicional en el grupo 9º2, obteniéndose los siguientes resultados.

4.2.1 Desempeño General en el Período

Los resultados del desempeño general en el período de aplicación, tanto del grupo experimental (9º1) como del grupo control (9º2), se obtuvieron mediante la evaluación de los desempeños cognitivos, procedimentales y actitudinales de todos los alumnos en ambos grupos, con base en los porcentajes y criterios expuestos anteriormente.

Tabla 4-2: **Desempeño General en el Periodo del Grupo Experimental.**

Desempeño	Rango	Nº de Estudiantes	Porcentaje
Bajo	1 ≤ x < 3.0	5	12,2
Básico	3.0 ≤ x < 4.0	18	43,9
Alto	4.0 ≤ x < 4.5	10	24,4
Superior	4.5 ≤ x ≤ 5.0	8	19,5

Figura 4-1: Desempeño General en el Período del Grupo Experimental

Observaciones:

De los resultados del desempeño general en el período, de los alumnos del grupo experimental (9°1), se debe destacar que un alto porcentaje, el 87.8 % (36 alumnos de 41), alcanzan desempeños básicos, altos o superiores. Mientras que un porcentaje mínimo, el 12.2 % (5 alumnos de 41) muestran un desempeño bajo.

Tabla 4-3: **Desempeño General en el Periodo del Grupo Control.**

Desempeño	Rango	Nº de Estudiantes	Porcentaje
Bajo	1 ≤ x < 3.0	12	30
Básico	3.0 ≤ x < 4.0	15	37,5
Alto	4.0 ≤ x < 4.5	8	20
Superior	4.5 ≤ x ≤ 5.0	5	12,5

Figura 4-2: Desempeño General en el Período del Grupo Control

Observaciones:

De los resultados del desempeño general en el período, de los alumnos del grupo control (9°2), se observa que un buen porcentaje, el 70 % (28 alumnos de 40), alcanzan desempeños básicos, altos o superiores. Mientras que el 30 % (5 alumnos de 40) muestran un desempeño bajo.

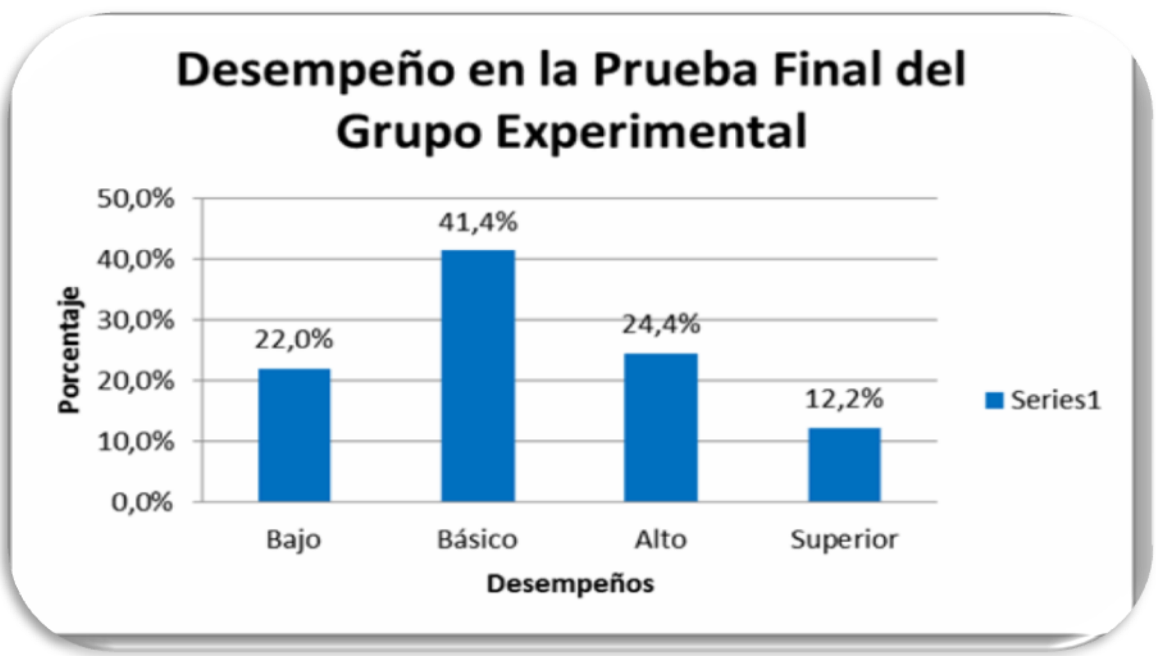
4.2.2 Desempeño en la Prueba Final Evaluación Sumativa

También es interesante presentar a continuación, los resultados de los desempeños obtenidos por los alumnos de ambos grupos, en la Prueba Final Evaluación Sumativa. La Prueba Final es una Evaluación Sumativa que hace parte del proceso evaluativo de los alumnos, tiene un porcentaje del 40 % dentro del período y se realizó al final del mismo. En ella se evaluó el desempeño de los alumnos en el manejo de competencias asociadas al contenido desarrollado en la unidad y se realizó en ambos grupos.

Tabla 4-4: **Desempeño en la Prueba Final del Grupo Experimental**

Desempeño	Rango	Nº de Estudiantes	Porcentaje
Bajo	$1 \leq x < 3.0$	9	22
Básico	$3.0 \leq x < 4.0$	17	41,4
Alto	$4.0 \leq x < 4.5$	10	24,4
Superior	$4.5 \leq x \leq 5.0$	5	12,2

Figura 4-3: Desempeño en la Prueba Final del Grupo Experimental



Observaciones:

De los resultados del desempeño en la Prueba Final, de los alumnos del grupo experimental (9°1), se observa que un alto porcentaje, el 78 % (32 alumnos de 41), alcanzan desempeños básicos, altos o superiores. Mientras que el 22% (9 alumnos de 41) muestran un desempeño bajo.

Tabla 4-5: **Desempeño en la Prueba Final del Grupo Control**

Desempeño	Rango	Nº de Estudiantes	Porcentaje
Bajo	$1 \leq x < 3.0$	15	37,5
Básico	$3.0 \leq x < 4.0$	13	32,5
Alto	$4.0 \leq x < 4.5$	8	20
Superior	$4.5 \leq x \leq 5.0$	4	10

Figura 4-4: Desempeño en la Prueba Final del Grupo Control

Observaciones:

De los resultados del desempeño en la Prueba Final, de los alumnos del grupo control (9°2), se observa que un porcentaje del 62.5 % (25 alumnos de 40), alcanzan desempeños básicos, altos o superiores. Mientras que el 37.5 % (9 alumnos de 40) muestran un desempeño bajo.

4.3 Comparación de los Resultados del Grupo Experimenta y del Grupo Control

Presento a continuación un análisis comparativo de los desempeños obtenidos por los alumnos de ambos grupos, tanto en el proceso general en el período de aplicación, como de los obtenidos en la Prueba Final Evaluación Sumativa.

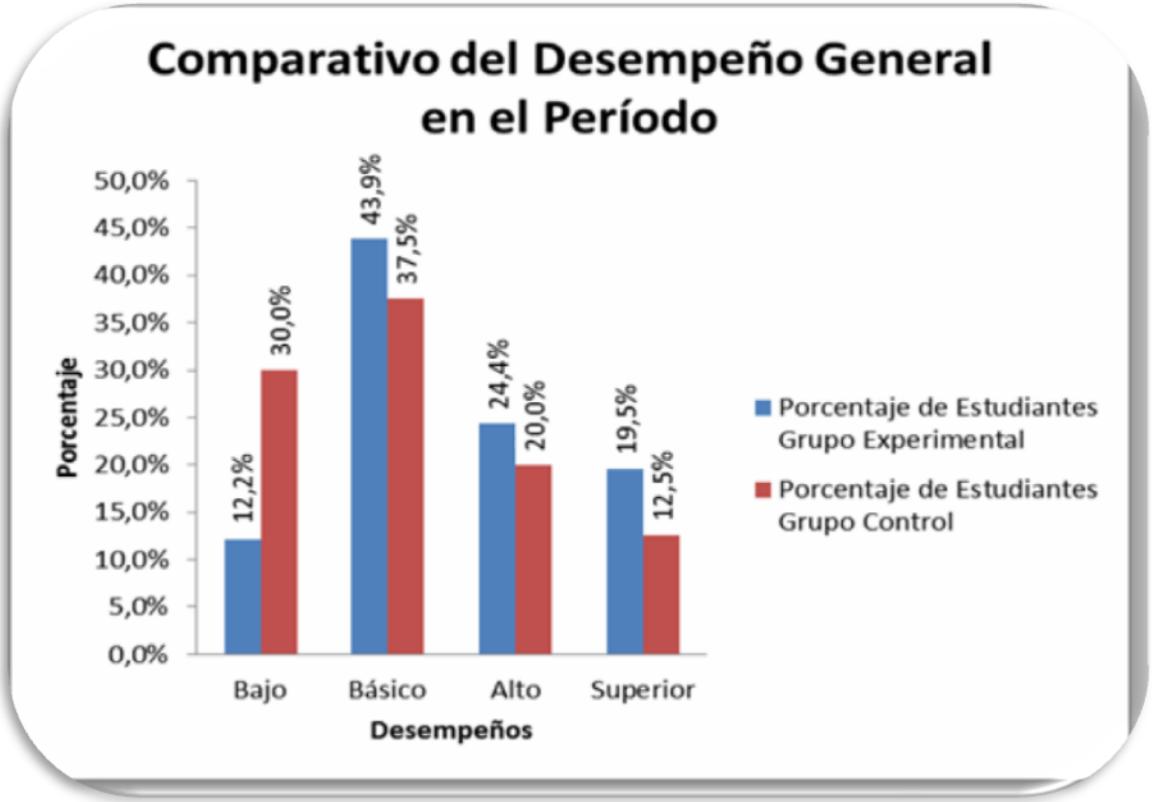
4.3.1 Comparativo del Desempeño General en el Período

Como ya se mencionó anteriormente, con base en unos criterios y porcentajes establecidos, se evaluó el desempeño de los alumnos de ambos grupos en todo el proceso general. Comparemos los resultados de ambos grupos:

Tabla 4-6: **Comparativo del Desempeño General en el Período.**

Desempeño General	Rango	Porcentaje de Estudiantes Grupo Experimental	Porcentaje de Estudiantes Grupo Control
Bajo	$1 \leq x < 3.0$	12,2	30
Básico	$3.0 \leq x < 4.0$	43,9	37,5
Alto	$4.0 \leq x < 4.5$	24,4	20
Superior	$4.5 \leq x \leq 5.0$	19,5	12,5

Figura 4-5: Comparativo del Desempeño General en el Período.



Observaciones:

Al comparar los resultados del desempeño general en el período, de los alumnos de los dos grupos, se aprecia una significativa diferencia. Mientras que en el grupo experimental (9°1) el 87.8 % de los alumnos obtuvieron desempeños básicos, altos o superiores, en el grupo control (9°2) es de solo el 70 %. Igualmente, mientras que en el grupo control (9°2) el 30 % de los alumnos mostraron un desempeño bajo, en el grupo experimental es de solo el 12.2 %. Esto indica, clara y contundentemente, que los resultados de los alumnos del grupo experimental (9°1), en el proceso general del período, fueron muchísimo mejores que los del grupo control (9°2).

Tabla 4-7: **Comparativo de la Media Aritmética y de la Desviación Estándar del Desempeño General en el Período.**

	Grupo Experimental	Grupo Control
Media Aritmética	3.7	3.2
Desviación Estándar	0.71	0.91

Observaciones:

Al comparar las medias aritméticas del desempeño general durante el período, de los alumnos de los dos grupos, también se alcanza a observar una significativa diferencia. Mientras que el promedio de los alumnos del grupo experimental fue de 3.7, el de los alumnos del grupo control fue de solo 3.2. Esto también indica, clara y contundentemente, que los resultados de los alumnos del grupo experimental (9°1), en el proceso general del período, fueron mejores que los del grupo control (9°2).

Respecto a las desviaciones estándar, se observó una mayor dispersión de los resultados de los alumnos del grupo control (9°2) que los del grupo experimental (9°1). Por tanto, se podría decir que los resultados generales en el período del grupo experimental están más cercanos a su promedio que los del grupo control. Es decir, en este sentido el grupo experimental presentó una mayor homogeneidad que el grupo control.

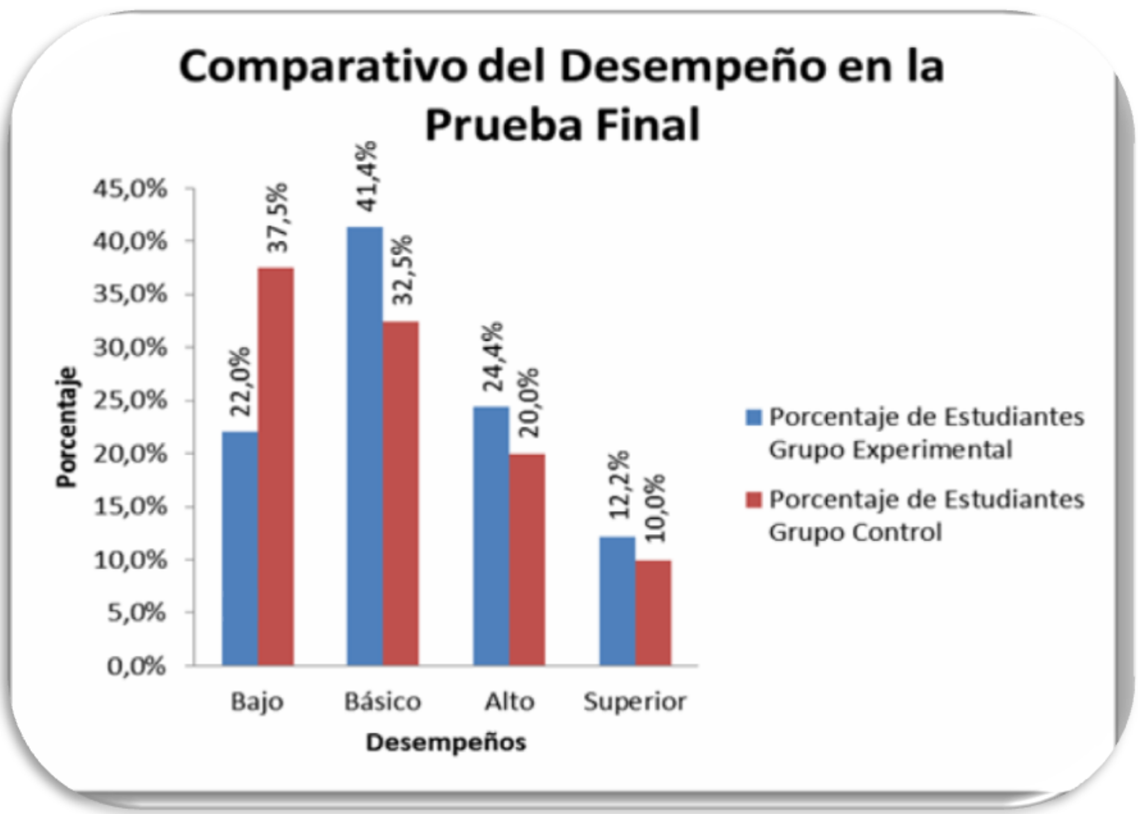
4.3.2 Comparativo del Desempeño en la Prueba Final Evaluación Sumativa.

Como ya lo mencioné, la Prueba Final correspondió a un 40 % de la evaluación del período. Fue realizada en ambos grupos y al final del período. Con ella se evaluó el desempeño de los alumnos en el manejo de competencias asociadas al contenido desarrollado en la unidad. Comparemos sus resultados:

Tabla 4-8: Comparativo del Desempeño en la Prueba Final

Desempeño en la Prueba Final	Rango	Porcentaje de Estudiantes Grupo Experimental	Porcentaje de Estudiantes Grupo Control
Bajo	1 ≤ x < 3.0	22	37,5
Básico	3.0 ≤ x < 4.0	41,4	32,5
Alto	4.0 ≤ x < 4.5	24,4	20
Superior	4.5 ≤ x ≤ 5.0	12,2	10

Figura 4-6: Comparativo del Desempeño en la Prueba Final



Observaciones:

Al comparar los resultados del desempeño en la Prueba Final Evaluación Sumativa, de los alumnos de los dos grupos, hay que señalar que también aquí se aprecia una significativa diferencia. Mientras que en el grupo experimental (9°1) el 78 % de los alumnos obtuvieron desempeños básicos, altos o superiores, en el grupo control (9°2) fue de solo el 62,5 %. También, mientras que en el grupo control (9°2) el 37.5 % de los alumnos mostró un desempeño bajo, en el grupo experimental fue de solo el 22 %. Esto también ratifica, clara y contundentemente, que los resultados de los alumnos del grupo experimental (9°1), en la Prueba Final, fueron mucho mejores que los del grupo control (9°2).

Tabla 4-9: **Comparativo de la Media Aritmética y de la Desviación Estándar del Desempeño en la Prueba Final.**

	Grupo Experimental	Grupo Control
Media Aritmética	3.5	3.0
Desviación Estándar	0.77	0.97

Observaciones:

Al comparar las medias aritméticas del desempeño en la Prueba Final, de los alumnos de los dos grupos, también se alcanza a observar una significativa diferencia. Mientras que el promedio de los alumnos del grupo experimental fue de 3.5, el de los alumnos del grupo control fue de solo 3.0. Esto también indica, clara y contundentemente, que los resultados de los alumnos del grupo experimental (9°1), en la Prueba Final, fueron mucho mejores que los del grupo control (9°2).

Respecto a las desviaciones estándar, también se observa una mayor dispersión de los resultados de los alumnos del grupo control (9°2) que los del grupo experimental (9°1). Por tanto, se podría decir que los resultados de la Prueba Final del grupo experimental están más cercanos a su promedio que los del grupo control. Es decir, en este sentido el grupo experimental presentó una mayor homogeneidad que el grupo control, igual a como se presentó con los resultados generales del período.

De acuerdo a todo el análisis realizado anteriormente, se puede concluir, de manera clara y contundente, que los alumnos del grupo experimental muestran haber desarrollado mayores niveles de competencias en la formulación y solución de ecuaciones lineales con base en situaciones problemas, que los alumnos del grupo control, confirmándose con ello la validez, pertinencia y eficacia de esta propuesta de Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa.

5. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

El modelo tradicional de enseñanza y aprendizaje, a pesar de tener posiblemente algunos elementos rescatables, debe ser trascendido. Las exigencias y realidades del siglo XXI en materia pedagógica nos convocan a todos los maestros y maestras, a transformar nuestras viejas concepciones y prácticas pedagógicas. Es inaceptable que sigamos aún considerando a nuestros alumnos como canecas vacías, dispuestas a ser llenadas de información y que nosotros los docentes seamos los protagonistas del proceso educativo, los portadores de las verdades absolutas. No podemos seguir reproduciendo alumnos dóciles y pasivos, sin creatividad y sin sentido crítico frente a su proceso formatico y a su entorno. Hace rato se debió haber transformado la vieja educación memorística, repetitiva y descontextualizada.

Es extenso el acervo pedagógico con el que contamos los actuales maestros para realizar y transformar, eficaz y eficientemente, nuestra labor docente. Dentro de éste he constatado la validez, pertinencia y eficacia que tiene la Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel, profundizada y complementada con los aportes de las teorías sobre educación de Joseph D. Novak y de D. B. Gowin, de la teoría interaccionista social de Lev Vygotsky, de la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud, de la teoría de los modelos mentales de Philip Johnson-Laird y de la teoría del aprendizaje significativo crítico de Marco Antonio Moreira.

En este sentido, las estrategias de Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas (UEPS) constituyen verdaderas alternativas para lograr que nuestros alumnos adquieran aprendizajes significativos, perdurables, contextualizados, posibilitando elevar en ellos sus niveles de competencias. Pero ellas deberán estar orientadas por un principio y una filosofía, planteada claramente por Marco Antonio Moreira: "…sólo hay enseñanza cuando hay aprendizaje y éste debe ser significativo; enseñanza es el medio, aprendizaje significativo es el fin; materiales de enseñanza que tengan como objetivo alcanzar ese aprendizaje deben ser potencialmente significativos". (http://moreira.if.ufrgs.br).

Es muy frecuente iniciar a los alumnos en los conceptos de ecuación y solución de una ecuación mediante definiciones formales, enseñando su resolución a través de reglas que, aplicadas al pie de la letra, permiten obtener el valor de la incógnita. Pero por mucha destreza que se adquiera, ésta puede que no vaya ligada a la adquisición de conceptos. De ahí que sea necesario tener presente tanto los conceptos de ecuación y de solución como las técnicas de resolución de ecuaciones. Es más, sólo así pueden las técnicas hacerse inteligibles para los alumnos. Además, la resolución de situaciones problema implica diferentes habilidades: manejar el concepto de variable, realizar determinadas generalizaciones, establecer relaciones cuantitativas entre datos e incógnitas del problema, utilizar adecuadamente los símbolos, establecer la ecuación o ecuaciones adecuadas, resolverlas e interpretar las soluciones obtenidas.

El diseño y aplicación de la UEPS sobre formulación y solución de ecuaciones lineales con base en situaciones problema, materia central de esta propuesta de trabajo final, además de haber posibilitado en los alumnos la incorporación significativa de la simbología algebraica para alcanzar mayores niveles de generalización, también les permitió la asimilación significativa de los conceptos de ecuación lineal y su solución, y de los diferentes procedimientos de resolución de las mismas. Igualmente, los alumnos alcanzaron, mediante la aplicación de esta UEPS, elevar sus niveles de competencias en la formulación de problemas y sus ecuaciones, y en la interpretación de sus soluciones, a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas. Todo lo cual constituía los objetivos trazados en esta propuesta.

El éxito en la implementación de las UEPS no solo radicó en su diseño pormenorizado sino que además, fue indispensable ejecutarla en sus etapas de manera minuciosa y planificada, implementando materiales de enseñanza diversificados y potencialmente significativos, que dieran cuenta de los conocimientos previos relevantes de los alumnos. Se requirió además, de una predisposición para aprender significativamente por parte de los alumnos y de privilegiar las actividades colaborativas que posibilitaron la interacción social y la negociación de significados entre los alumnos, estimulando en ellos el cuestionamiento, el diálogo y la crítica. Es por esto que, al final de cada actividad resuelta, se efectuó la socialización de la misma con todo el grupo.

Para terminar debo decir que, frente a la gran velocidad con la que se desarrolla y nos llega la información, el aprendizaje significativo posibilita elementos y referentes claros que conllevan al cuestionamiento y a la toma de decisiones necesarios para confrontarla de una manera crítica. Este enfoque implica activamente al sujeto no sólo en términos cognitivos, sino también emocionales, y a su modo de percibir el mundo, a su manera de representarlo. Lo que se procura es dotar al alumno de elementos y referentes que le permitan posicionarse en la estructura social y cultural de la que forma parte de manera crítica y analítica, de modo que pueda tomar posturas y llevar adelante sus decisiones sin ser arrastrado por la misma.

5.2 Recomendaciones

Inicialmente es necesario plantear que, quien pretenda diseñar e implementar estas Unidades de Enseñanza Potencial Significativas, deberá poseer un buen manejo conceptual de la Teoría del Aprendizaje Significativo y de sus relaciones con otras concepciones ya mencionadas anteriormente y que la complementan. Este tipo de estrategias no se pueden implementar de manera mecánica, requieren de una buena dosis de creatividad e iniciativa por parte del docente, para realizar los ajustes y cambios necesarios, acordes con la realidad de los alumnos y su entorno, y con el propósito siempre claro de propiciar en ellos, aprendizajes significativos.

Al aplicar la UEPS, en su parte inicial, recomiendo que se implemente, además de una lluvia de ideas sobre los preconceptos, la aplicación complementaria de una prueba diagnóstica específica, para tener así mayor claridad y certeza del nivel de manejo en el que se encuentran los alumnos. No se puede olvidar o desconocer que el estado en que se encuentren los alumnos constituye un factor primordial y de él depende el desarrollo de las siguientes etapas de la UEPS.

Recomiendo además que, en la medida de las posibilidades de la institución o de los alumnos, se diseñen, incorporen e implementen actividades que requieran del uso de las Tics, como parte constitutiva de la UEPS. Son innegables las ventajas y posibilidades que brindan estas nuevas tecnologías de la comunicación en el proceso de enseñanza y aprendizaje, no solo de las matemáticas sino de todas las demás áreas del conocimiento. Pero debo enfatizar que toda actividad en este sentido deberá estar conducida hacia el propósito de propiciar aprendizajes significativos en los alumnos.

También recomiendo no olvidar el papel mediador del docente en el proceso, al igual que el papel protagónico y activo que debe jugar el alumno. De ahí la importancia del desarrollo de actividades bien diseñadas, para realizar de manera individual y colectiva, privilegiando las actividades colaborativas y finalizándolas con una puesta en común de las mismas. Igualmente, el docente deberá tener presente los momentos en que se debe realizar la diferenciación progresiva, al igual que la reconciliación integradora, para que sobre el final de la UEPS, se consolide el aprendizaje deseado.

Finalmente, sugiero aprovechar todos los espacios posibles: reuniones por áreas, consejos académicos, en los núcleos educativos y en los que la secretaría de educación permita, para contribuir a la reflexión entre docentes frente al proceso de enseñanza y aprendizaje, que conduzca a la construcción e implementación de nuevas estrategias didácticas, como esta, que nos permitan seguir avanzando y alcanzando mejores niveles de formación y cualificación, tanto de los docentes como de los alumnos.

A. Anexo: Taller Nº 1

INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARISCAL ROBLEDO

ÁREA: MATEMÁTICAS **GRUPO: 9º ____**

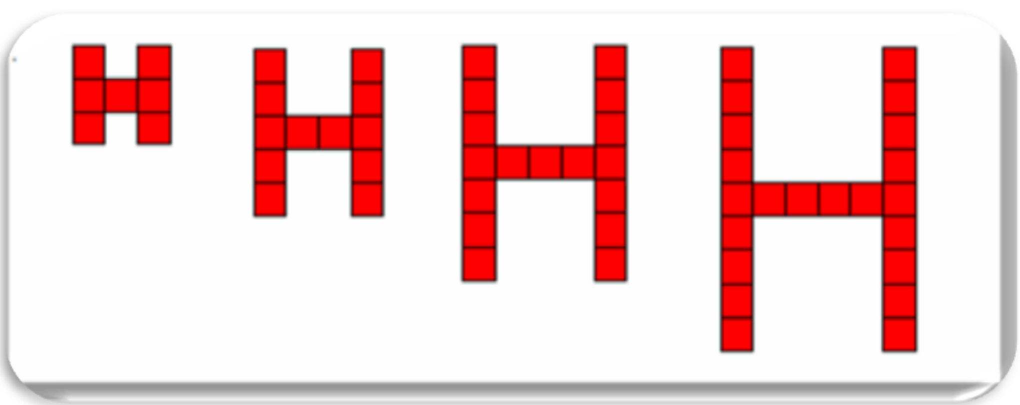
PROFESOR: OSWALDO NIETO L. **FECHA: __/__/__**

ALUMNOS: ____

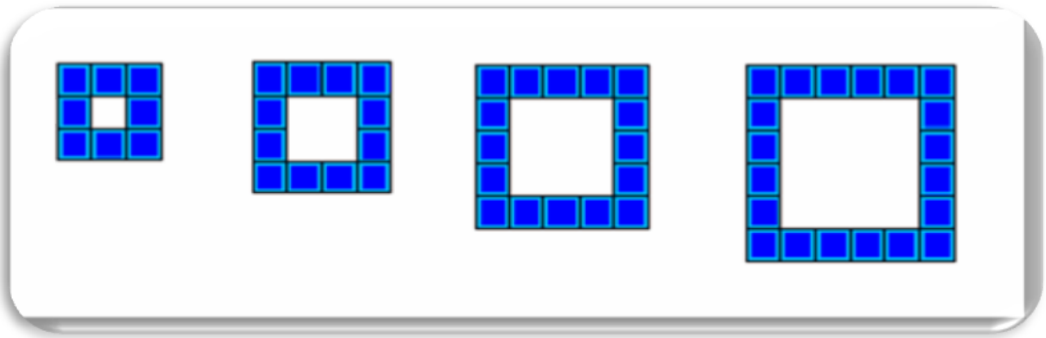
TALLER Nº 1

Discutir con los compañeros de equipo: En cada una de las siguientes sucesiones numéricas o de figuras (puntos 1 al 8), establezcan una ley de formación y hallen los valores correspondientes (número de cuadrados para las gráficas) a las posiciones 12^a, 15^a, 18^a y 21^a.

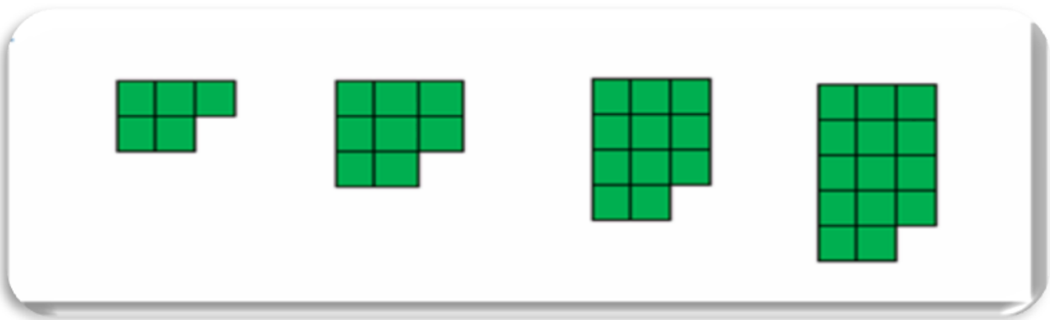
1.



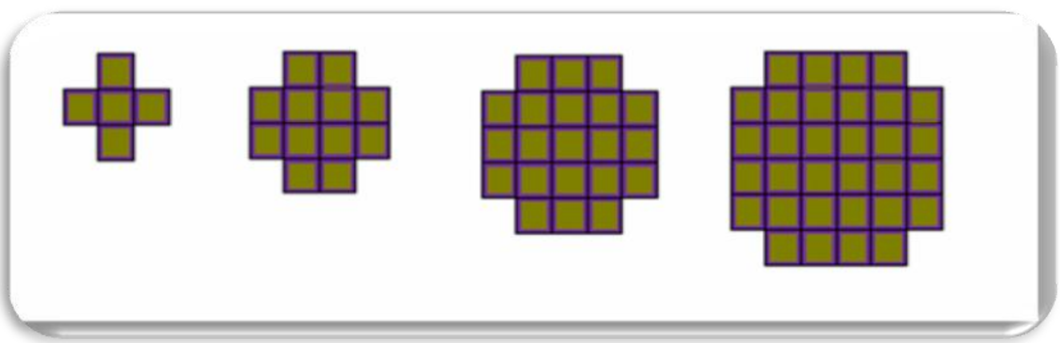
2.



3.



4.



5. 3, 8, 13, 18, 23,….

6. 1, 5, 9, 13, 17,…..

7. 1, 4, 9, 16, 25,…..

8. 3, 6, 11, 18, 27,….

Con base en la ley de formación de las sucesiones dadas a continuación (puntos 9 y 10), establecer en cada una, numérica y gráficamente, sus 4 primeros términos.

9. $3n – 1$

10. $(n + 1)^2 - 2$

B. Anexo: Taller Nº 2

INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARISCAL ROBLEDO	
ÁREA: MATEMÁTICAS	GRUPO: 9º ____
PROFESOR: OSWALDO NIETO L.	FECHA: __/__/__
ALUMNOS: ______________________________________	

TALLER Nº 2

1. Elaborar dos situaciones de adivinanza de números, similares a las discutidas (no iguales), explicarlas y expresarlas simbólicamente.

2. María Victoria necesita alquilar un vehículo por 4 días y le ofrecen dos alternativas.
TARIFA 1: $ 60.000 el día más $500 por kilómetro recorrido.
TARIFA 2: $ 130.000 el día con kilometraje ilimitado.
Determinar el número de kilómetros a partir del cual es más conveniente que María Victoria escoja la TARIFA 2.

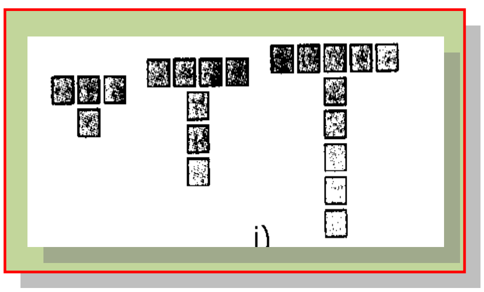
3. A partir de un pedazo de lámina rectangular que mide 20 cm por 30 cm, se fabrican cajas, cortando cuadrados en las esquinas y doblando como se indica en la figura.

a. ¿Cuál será el volumen de la caja si los cuadrados miden 1, 2, 3,..., centímetros de lado?

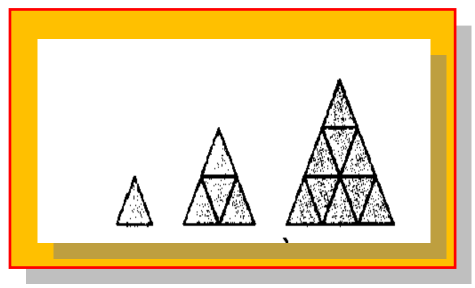
b. ¿De qué medida deberán ser los lados de los cuadrados para que la caja tenga el mayor volumen posible? Elaborar una tabla teniendo presente desde qué valor y hasta qué valor se le puede asignar al lado del cuadrado.

4. Hallar una ley de formación que permita encontrar el número de elementos (cuadrados y triángulos, respectivamente) para las siguientes sucesiones. Determinar el valor correspondiente para las posiciones 10ª, 13ª, 16ª y 19ª:

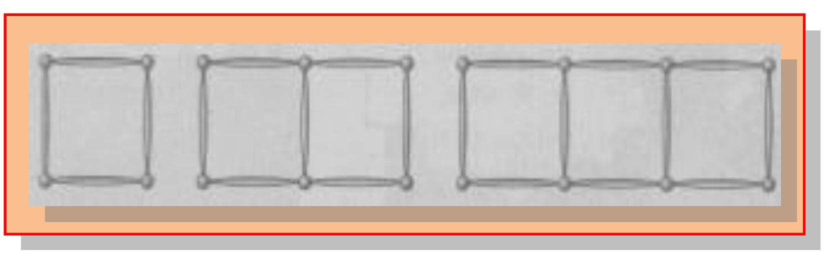
a.



b.

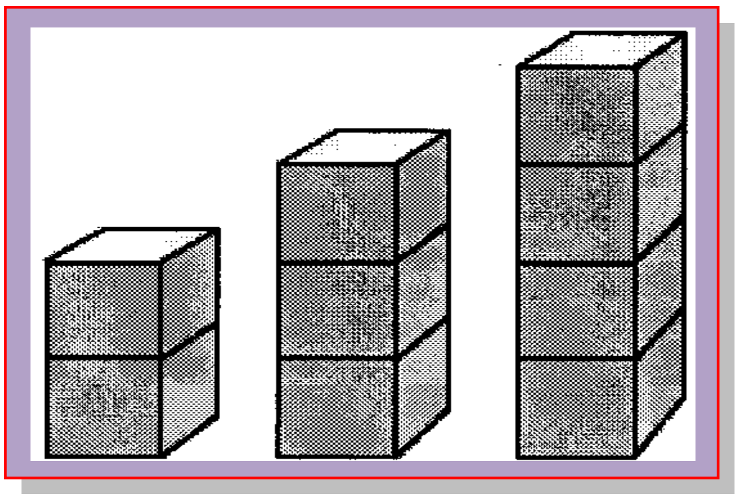


5. De acuerdo con la siguiente sucesión, completar la tabla y establecer una ley de formación que relacione el número de palillos con el número de cuadrados y otra que relacione el número de bolas con los cuadrados.



Número de cuadrados	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Número de palillos										
Número de bolas										

6. En la siguiente sucesión de torres de cubo el área de cada cara es 1 m^2



a. Determinar el área total de cada una de las tres torres incluyendo las dos bases. ¿Cómo cambia el área total a medida que la torre se hace más alta?

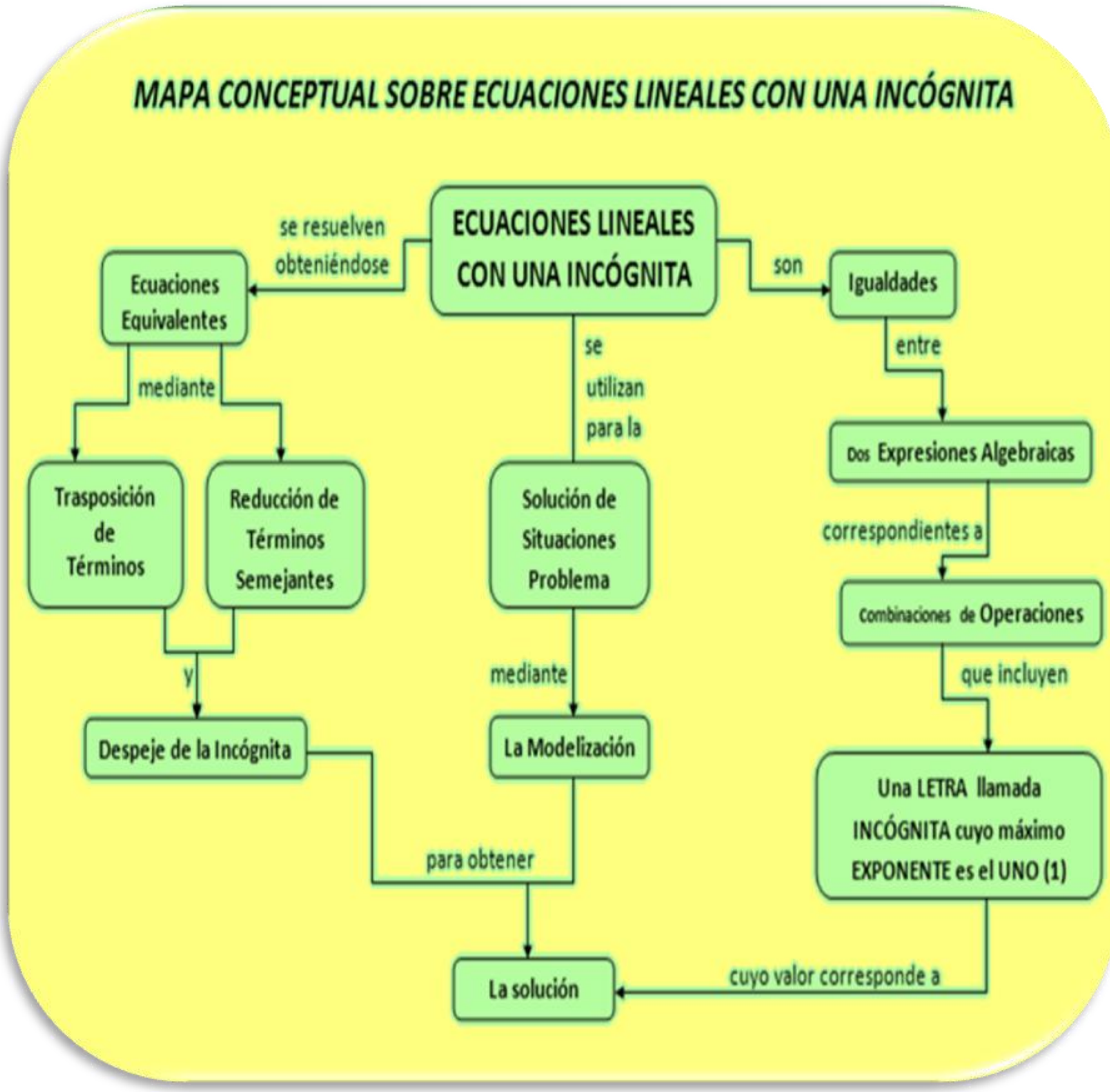
b. ¿Cuáles serán las áreas totales para las torres de 4 y la de 5 cubos?

c. Establecer una ley de formación que permita calcular el área total para una torre en cualquier posición.

d. ¿Cuántos cubos habrá en la torre si el área total es de 242 m^2?

C. Anexo: Mapa Conceptual Sobre Ecuaciones Lineales

Figura 5-1: **Mapa Conceptual Sobre Ecuaciones Lineales**



D. Anexo: Taller N° 3

INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARISCAL ROBLEDO	
ÁREA: MATEMÁTICAS	GRUPO: 9º ____
PROFESOR: OSWALDO NIETO L.	FECHA: __/__/__
ALUMNOS: ____________________________________	

TALLER Nº 3

1. Expresar algebraicamente las siguientes situaciones:

a. El cuádruple de la edad de un padre disminuida en 5.

b. Las dos quintas partes de su dinero aumentado en $ 150.000.

c. El triple de la diferencia de sus edades.

d. Las tres cuartas partes de la suma de sus dos dimensiones.

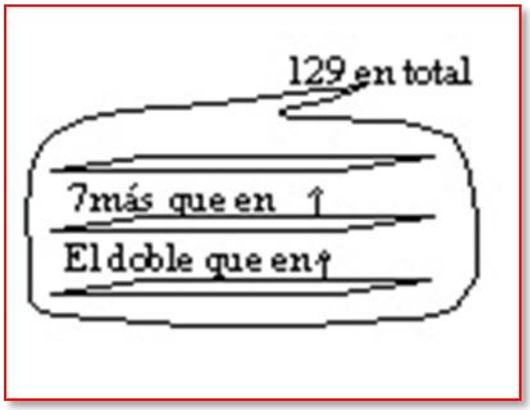
e. La mitad de la diferencia de su triple y su doble.

2. Escribir un enunciado literal para las siguientes expresiones algebraicas:

a. $2x-5$ b. $\frac{3}{5}(x-y)$ c. $4(x+y)$ d. $\frac{2}{3}x-10$

3. En cada una de las siguientes situaciones problema construir las ecuaciones correspondientes.

a. En 3 estantes de una librería hay 129 manuscritos. En el segundo hay 7 más que en el primero. En el tercero hay el doble que en el segundo. ¿Cuántos manuscritos hay en cada estante?



b. En una granja se crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas, son 50 y si se cuentan las patas, son 134. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

c. Al comenzar los estudios de Bachillerato se les hace un test a los estudiantes con 30 preguntas sobre Matemáticas. Por cada pregunta contestada correctamente se le dan 5 puntos y por cada pregunta incorrecta o no contestada se le quitan 2 puntos. Un alumno obtuvo en total 94 puntos. ¿Cuántas preguntas respondió correctamente?

d. En mi clase están 35 alumnos. Nos han regalado por nuestro buen comportamiento 2 bolígrafos a cada chica y un cuaderno a cada chico. Si en total han sido 55 regalos, ¿cuántos chicos y chicas están en mi clase?

e. El día del estreno de una película se vendieron 600 entradas y se recaudaron $1.962.500. Si los adultos pagaban $4.000 y los niños $1.500. ¿Cuál es el número de adultos y niños que acudieron?

f. Un rectángulo tiene un perímetro de 392 metros. Calcular sus dimensiones sabiendo que mide 52 metros más de largo que de ancho.

g. Mi tío le dijo a su hija. "Hoy tu edad es 1/5 de la mía y hace 7 años no era más que 1/7". ¿Qué edad tienen mi tío y su hija?

h. De un depósito lleno de agua se derrama la cuarta parte y luego la mitad del resto, quedando en el depósito 1.500 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

i. El perímetro de un rectángulo es 216 metros. Si el doble del ancho excede en 7 metros a los tres cuartos del largo, cuáles son las dimensiones del rectángulo.

j. Miguel gastó el 40% de su dinero en ropa y las dos terceras partes de lo que le quedaba en libros. Si aún le quedan $120.000, ¿cuánto dinero tenía?

E. Anexo: Evaluación Sumativa

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA MARISCAL ROBLEDO
	ÁREA: MATEMÁTICAS **GRUPO: 9º ____**
	PROFESOR: OSWALDO NIETO L. **FECHA: __/__/__**
	ALUMNOS: ______________________________

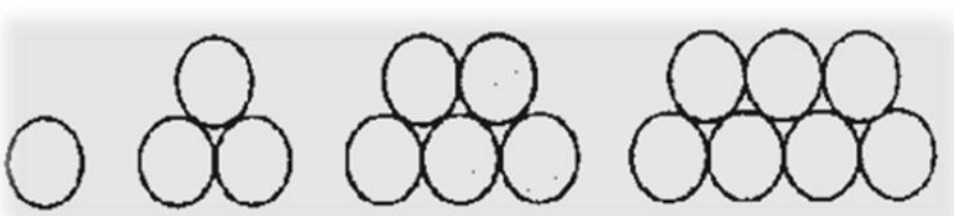
EVALUACIÓN SUMATIVA

1. Analizar cada situación propuesta y responder: **(valor 30 %)**

a. Dada la siguiente adivinanza: piensa un número, multiplícalo por 4, al resultado súmale 12, divide el resultado anterior por 4 y, a este resultado, réstale 5, ¿cuánto te dio?

- Expresarla algebraicamente.
- Si se la propones a un amigo y él ti dice que le dio 8, ¿cuál fue el número que tu amigó pensó?, justica tu respuesta o demuestra su obtención.

b. Dada la sucesión de circunferencias:



- Establecer una ley de formación o expresión algebraica que la genera.
- Hallar el número de circunferencias para los términos T_{15}, T_{20} y T_{25}

2. Resolver las siguientes ecuaciones: **(valor 30 %)**

a. $3x - \{2 - (-5x+3)\} = 7 + \{-8x - (2-4x)\}$

b. $\dfrac{4x-3}{3} - 6 = \dfrac{3x}{2} - \dfrac{2x+4}{4} + 1$

3. Solucionar cada una de las siguientes situaciones problema, formulando y resolviendo las ecuaciones correspondientes: **(valor 40%)**

a. En la tienda de Don Albán, un pastel y una gaseosa cuestan $ 2.500. Si el valor de la gaseosa corresponde a las dos terceras partes del valor del pastel, ¿cuánto cuesta cada artículo?

b. El perímetro del lote rectangular, en el que Adriana piensa construir su casa, es 96 metros. Si el largo mide el triplo de lo que mide el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?

c. La cabeza de un pez mide 20 cm. La medida de la cola equivale a lo que mide la cabeza más la mitad del cuerpo. Si el cuerpo mide lo que miden la cabeza y la cola juntas, hallar la longitud del pez.

Bibliografía

AUSUBEL, D. P. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. (Traducción al español de Roberto Helier D.).* México: Trillas.

GODINO, Juan D. y otro. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Proyecto Edumat-Maestro.* Granada.

GONZÁLEZ P., F. M. (2008). *Resolución de problemas que conducen al planteamiento de ecuaciones lineales.* La Habana: Institución: ESBU "Eumelio Torres Jacomino".

GOWIN, D. (1981). *Educating. (Traducción al castellano, 1985. Hacia una teoría de la educación. Argentina: Ediciones Aragón).* Ithaca, Nueva York: Cornell University Press.

GRUPO AZARQUIEL. (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra.* Madrid: SÍNTESIS S.A.

JOHNSON-LAIRD, N. P. (1983). *Modelos mentales: Hacia una Ciencia Cognitiva de la Lengua, la inferencia y la Conciencia. .* Cambridge: Cambridge University Press.

MEN. (1998). *Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas - Ministerio de Educación Nacional*. Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042-html

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas - Ministerio de Educación Nacional.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

MOREIRA, M. A. (2002). *Aprendizaje significativo: Teoría y Práctica.* Madrid: Visor.

MOREIRA, M. A. (2002). *III Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo. Aprendizaje Significativo Subversivo, (págs. 33-45).* Lisboa.

MOREIRA, M. (2003). *Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas - UEPS.* Porto Alegre: Instituto de Física - UFRGS.

NOVAK, J. D. (1977). *Una teoría de la educación.*Ithaca, N.Y.: Cornell University Press.

RIVERO M, F. (1987). *Un modelo pedagógico para la enseñanza de los números enteros y la resolución de ecuaciones algebraicas de primer grado. Acción Pedagógica. Universidad de los Andes. Vol. 6.* Táchira.

SANJOSÉ, Vicente y otros. (2007). *Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por transferencia.* En Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias. Vol. 6, Nº 3.

VERGNAUD, G. (1990). *Teoría de los campos conceptuales. CNRS y Universidad René Descartes. Recherches en Didáctique des Mathématiques. Vol. 10, Nº 2 y 3. pp. 133-170. Traducción: Juan D. Godino.*

VYGOTSKY, L. S. (1978). *Pensamiento y lenguaje.* Madrid: Paidós.